

# Matemáticas II

## Ejercicios de Binomial y Normal

### Nota aclaratoria

Los ejercicios del 1 al 12 son los problemas de distribuciones Binomial y Normal propuestos en las pruebas de Evaluación para el Acceso a la Universidad en la UCLM a partir de 2017 (fecha en que aparecieron por primera vez).

1. Los operarios A, B y C producen, respectivamente, el 50%, el 30% y el 20% de las resistencias que se utilizan en un laboratorio de electrónica. Resultan defectuosas el 6% de las resistencias producidas por A, el 5% de las producidas por B y el 3% de las producidas por C. Se selecciona al azar una resistencia:
  - a) Calcula razonadamente la probabilidad de que sea defectuosa.
  - b) Si es defectuosa, calcula razonadamente la probabilidad de que proceda del operario A.

Las resistencias se empaquetan al azar en cajas de cinco unidades. Calcula razonadamente la probabilidad de:

- c) Que en una caja haya exactamente tres resistencias fabricadas por B.
- d) Que en una caja haya al menos dos fabricadas por B.

n	k	P													
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50	
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313	
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563	
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125	
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125	
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563	
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313		

2. El tiempo de espera en una parada de autobús se distribuye según una distribución normal de media 15 minutos y desviación típica 5 minutos.
  - a) Calcula razonadamente la probabilidad de esperar menos de 13 minutos.
  - b) ¿Cuántos minutos de espera son superados por el 33% de los usuarios? Razona la respuesta.

a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879

3. Lanzamos cinco veces una moneda trucada. La probabilidad de obtener cara es 0,6. Calcula razonadamente la probabilidad de:
  - a) Obtener exactamente tres caras.
  - b) Obtener más de tres caras.

n	k	P													
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50	
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313	
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563	
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125	
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125	
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563	
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313		

4. El tiempo de duración de las llamadas telefónicas a cierta centralita se distribuye según una distribución normal de media 5 minutos y varianza 4. Calcula razonadamente:
- La probabilidad de que una llamada dure menos de 4,5 minutos.
  - El tiempo de duración que no es superado por el 33% de las llamadas.

a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879

5. Lanzamos un dado perfecto cinco veces. Sea  $X$  la variable "Número de múltiplos de tres que pueden salir".
- Calcula razonadamente la media y la desviación típica de la variable  $X$ .
  - Calcula razonadamente la probabilidad de obtener cuatro o más múltiplos de tres.

n	k	P												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313	

6. Las notas que se han obtenido por 1000 opositores han seguido una distribución normal de media 4,05 y desviación típica 2,5.
- ¿Cuántos opositores han superado el 5? Razona la respuesta.
  - Si tenemos que adjudicar 330 plazas, calcula razonadamente la nota de corte.

a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879

7. Una parte de un examen consta de cinco preguntas tipo test. Se aprueba dicha parte si contestas correctamente al menos tres preguntas. Calcula razonadamente la probabilidad de aprobar dicha parte, contestando al azar, cuando:
- Cada respuesta tiene dos ítems, solamente uno verdadero.
  - Cada respuesta tiene cuatro ítems, solamente uno verdadero.

n	k	P												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313	

8. Un dispensador de cierto refresco está regulado de manera que cada vez descargue 25 cl. de media. Si la cantidad de líquido dispensado sigue una distribución normal de varianza 4:

- a) Calcula razonadamente la probabilidad de que descargue entre 22 y 28 cl.
- b) Calcula razonadamente la capacidad mínima de los vasos que se usen, redondeada a cl., para que la probabilidad de que se derrame el líquido sea inferior al 2,5%.

a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767

9. En una clase hay 16 chicas y 4 chicos. Cada día elijo a un estudiante al azar para que salga a la pizarra. Calcula razonadamente la probabilidad de que los cinco días laborables de la semana salgan a la pizarra:

- a) Tres chicas.
- b) Al menos tres chicos.

n	k	P												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313

10. El tiempo, en horas, empleado en realizar cierta intervención quirúrgica sigue una distribución normal  $N(10,2)$ . Calcular razonadamente el porcentaje de estas intervenciones que se pueden realizar:

- a) Entre 6,5 y 13 horas.
- b) En menos de siete horas

a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767

11. El 1% de los cheques que recibe un banco no tienen fondos. Razona la respuesta de las siguientes preguntas:

- a) Si en una hora recibe cinco cheques, ¿cuál es la probabilidad de que tenga algún cheque sin fondos? Redondea el resultado a la centésima.
- b) El banco dispone de cinco sucursales en una ciudad, ¿cuál es la probabilidad de que al menos tres sucursales de esa ciudad reciban algún cheque sin fondos?

n	k	P												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,33	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313

12. En una de las pruebas de acceso al cuerpo de ingenieros de la Administración Pública se realiza un test de 100 ítems a 450 opositores. Cada ítem vale un punto y se supera la prueba si se obtienen al menos 75 puntos.

Suponiendo que las puntuaciones obtenidas por los opositores siguen una distribución normal de media 60 puntos y desviación típica 10 puntos, calcula razonadamente:

- a) La probabilidad de obtener 75 o más puntos.
- b) El número de opositores que obtuvieron menos de 75 puntos.

a	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767

**Otra nota aclaratoria**

A partir de ahora no se dará la parte de la tabla (ya sea de la binomial o de la normal) que es necesaria para poder resolver cada problema. El alumno deberá resolver estos problemas haciendo uso de dichas tablas, las cuales tendrá siempre a mano. Para la binomial, como alternativa a la tabla, también se puede usar la fórmula que proporciona la probabilidad de un número entero de éxitos:

$$B(n, p) \Rightarrow P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} ; (q = 1 - p)$$

- 13. En un determinado juego se gana cuando al lanzar dos dados se obtiene suma de puntos 10, o más. Un jugador tira en 12 ocasiones los dos dados. Se pide:
  - a) Probabilidad de que gane exactamente en tres ocasiones.
  - b) Probabilidad de que pierda las 12 veces que juega.
- 14. Para iluminar el recinto de un estadio deportivo se quieren instalar focos. El suministrador asegura que el tiempo de vida de los focos es una variable normal con media de 1 500 h y desviación típica de 200 h.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que un foco elegido al azar luzca por lo menos 1 000 horas?
  - b) Si se compran 2 000 focos, ¿cuántos puede esperarse que luzcan al menos 1 000 horas?
- 15. La probabilidad de que una flecha lanzada por un arquero dé en la diana es 0,4. Si se lanzan 6 flechas, halla la probabilidad de que:
  - a) Solo una dé en la diana.
  - b) Al menos una dé en la diana.
- 16. Los pesos de 2 000 soldados presentan una distribución normal de media 75 kg y desviación típica 8 kg. Halla la probabilidad de que un soldado elegido al azar pese:
  - a) Más de 71 kg.
  - b) Entre 73 y 79 kg.
  - c) Menos de 80 kg.
  - d) Más de 85 kg.
- 17. En un proceso de fabricación de tornillos se sabe que el 2 % son defectuosos. Los empaquetamos en cajas de 50 tornillos. Hallar la probabilidad de que, en una caja, haya este número de tornillos defectuosos:
  - a) Ninguno.
  - b) Uno.
  - c) Más de dos.

18. La duración de cierto tipo de motor es una variable normal con una media de 10 años y desviación típica de 2 años. El fabricante garantiza el buen funcionamiento de los motores por un periodo de 13 años. ¿Qué porcentaje de motores se espera que no cumplan la garantía?
19. Un tratamiento contra una enfermedad produce mejoría en 8 de cada 10 enfermos a los que se les aplica. Si se suministra el tratamiento a 5 enfermos, calcula la probabilidad:
- De que los cinco pacientes mejoren.
  - De que, al menos, tres no experimenten mejoría.
20. El 20 % de los alumnos con mejor nota de una escuela pueden acceder a estudios superiores. Sabemos que las notas medias finales en esa escuela se distribuyen normalmente con media 5,8 y desviación típica 2. ¿Cuál es la nota media mínima que debe obtener un alumno si quiere hacer estudios superiores?
21. Dos ajedrecistas de igual maestría juegan al ajedrez. ¿Qué es más probable: que cada uno gane dos partidas de cuatro o tres partidas de seis? (Los empates no se consideran.)
22. El diámetro medio de las piezas producidas en una fábrica es de 45 mm..
- Determina su desviación típica sabiendo que la probabilidad de que una pieza tenga un diámetro mayor que 50 mm es igual a 0,0062.
  - Si se analizan 820 piezas, ¿cuántas se estima que tendrán un diámetro comprendido entre 39,7 y 43,5 mm?
23. Ana tiene una probabilidad de 0,72 de encestar un triple. En un concurso de triples hay que tirar 15 veces. La mejor marca ha sido la de Raquel, con 13 canastas. ¿Qué probabilidad tiene Ana de batir a Raquel?
24. Una compañía de autobuses sabe que el retraso en la llegada sigue una distribución normal de media 5 min, y que el 68,26 % de los autobuses llega entre 2 min y 8 min tarde.
- ¿Cuál es la desviación típica?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que un autobús llegue puntual o antes de la hora?
25. Un examen tipo test consta de 10 preguntas, cada una con cuatro respuestas, de las cuales solo una es correcta. Si un alumno contesta al azar:
- ¿Cuál es la probabilidad de que conteste correctamente a 4 preguntas?
  - ¿Y la de que conteste bien más de 2 preguntas?
  - Calcular la probabilidad de que conteste mal alguna pregunta.
26. En una familia con 6 hijos, ¿cuál de estas dos alternativas es más probable?
- Que haya tantas chicas como chicos.
  - Que haya más chicas que chicos.
27. En una empresa que fabrica microcircuitos se ha comprobado que el 10 % de estos son defectuosos. Si se compra un paquete de 300 microcircuitos procedentes de la fábrica, determina:
- La probabilidad de que se encuentren más de un 9 % de microcircuitos defectuosos.
  - La probabilidad de que el número de microcircuitos defectuosos esté entre 20 y 30.
28. En un hospital, el 54 % de los nacimientos son niñas. Halla la probabilidad de que de 2500 nacimientos, el número de niños esté entre 1200 y 1400, ambos inclusive.