



Ejercicios de distribuciones binomial y normal

1. Una gran empresa debe reponer las batas de sus 1000 operarios. Se sabe que la talla media es de 170 cm, con una desviación típica de 3 cm. Las batas se confeccionan en tres tallas válidas para estaturas entre 155 y 165 cm, 165 y 175 cm y, finalmente, entre 175 y 185 cm. ¿Cuántas batas de cada talla ha de adquirir?

Solución: Deberá adquirir 48 batas de talla pequeña, 905 de talla media y 48 de talla grande.

2. Las puntuaciones de un examen varían entre cero y diez. Si las notas están normalmente distribuidas con media 6,7 y desviación típica 1,2; encuentra el porcentaje de estudiantes que tuvo una nota comprendida entre 5,5 y 6,5.

Solución: El 27,38 % de estudiantes tuvo una nota comprendida entre 5,5 y 6,5.

3. Se sabe, tras varios sondeos, que en una determinada población únicamente el 15 % es favorable a los tratamientos de psicoterapia. Elegida al azar una muestra de 50 personas, se desea saber:

- a) La probabilidad de que haya, exactamente, una persona favorable a dichos tratamientos.
- b) La probabilidad de que haya más de 5 personas favorables a los tratamientos.

Solución: a) 0,0026; b) 0,8413.

4. Un tirador de dardos acierta ocho de cada diez lanzamientos. Utilizando la aproximación de la binomial a la normal, encuentra la probabilidad de que de 50 lanzamientos acierte 45.

Solución: 0,0287.

5. De una baraja española (40 cartas, 4 palos: 10 de oros, 10 de copas, 10 de espadas y 10 de bastos) se sacan, con devolución, 50. Utilizando la aproximación de la binomial a la normal, encuentra las probabilidades de que:

- a) Más de seis sean de oros.
- b) Ocho sean de oros.

Solución: a) 0,9821; b) 0,0448.

6. Se sabe que la vida media de un electrodoméstico es de 10 años con una desviación típica de 0,7 años. Suponiendo que la vida media sigue una distribución normal, calcula:

- a) La probabilidad de que el electrodoméstico dure más de nueve años.
- b) La probabilidad de que dure entre 9 y 11 años.

Solución: a) 0,9236; b) 0,8472.



7. La probabilidad de que un cierto tipo de piezas de una máquina sea defectuoso es del 6 %. En un almacén se han recibido 2000 piezas. ¿Cuántas habrá defectuosas por término medio? ¿Cuál será la desviación típica?

Solución: El número esperado de piezas defectuosas es de 120. La desviación típica es, aproximadamente, 10,6.

8. En una ferretería venden cajas de clavos; el número de clavos de cada caja sigue una distribución normal $N(200, 10)$.

- a) ¿Qué porcentaje de cajas contiene entre 180 y 220 clavos?
b) Si se devuelve el importe de las cajas que contienen menos de 180 clavos y compramos dos cajas, ¿cuál es la probabilidad de que tengan que devolvernos el importe de las dos cajas?

Solución: a) 95,44 %; b) 0,00052.

9. Para determinar si aceptamos o no un lote de cien tornillos, seleccionamos diez al azar y observamos si son o no defectuosos, de forma que si en esta selección encontramos más de un tornillo defectuoso, rechazamos el lote. Si la caja contiene el cinco por ciento de tornillos defectuosos:

- a) ¿Qué probabilidad hay de que rechacemos la caja?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que la caja sea aceptada?

Solución: a) 0,0862; b) 0,9138.

10. Se elige al azar una familia de seis hijos y se observa el número de hijos varones. Calcula la probabilidad de que la familia tenga:

- a) Dos hijos varones.
b) Los mismos hijos que hijas.
c) Alguna hija.

Solución: a) 0,2344; b) 0,3125; c) 0,9844.

11. En un club universitario deciden admitir al 20 % de aspirantes con las mejores puntuaciones tras realizar una serie de pruebas. Si la nota de estas pruebas sigue una distribución normal $N(100, 15)$, ¿a partir de qué puntuación se admite a los aspirantes?

Solución: a partir de 112,6.

12. Supongamos que la probabilidad de que una persona sufra un resfriado es 0,3. ¿Qué probabilidad hay de que en un grupo de 200 personas haya 50 resfriadas?

Solución: 0,0195.



13. Supongamos que el índice de audiencia de un determinado programa es del 53 %. Si elegimos al azar a 1.000 telespectadores, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 550 estén viendo este programa?

Solución: 0,102.

14. Una ONG extranjera está vendiendo lotería para obtener dinero que emplear en sus objetivos. Se venden mil papeletas a cien u.m. (unidades monetarias) cada una y el premio es una cantidad en metálico de 25000 u.m. Un profesor de Matemáticas decide comprar dos papeletas, ¿cuál es la ganancia esperada?

Solución: aproximadamente -150 u.m.

15. La probabilidad de nacimiento de una niña es 0,48. Si sabemos que en una clínica se han producido 9 nacimientos, ¿cuál es la probabilidad de que todos hayan sido del mismo sexo?

Solución: 0,00413.

16. Un examen consta de 10 preguntas de tipo test. Para cada pregunta se ofrecen cuatro posibles respuestas, de las que solamente una es correcta. Si un estudiante responde todas las preguntas al azar:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que apruebe el examen, es decir, de contestar correctamente a cinco o más preguntas?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que falle todas las preguntas?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una calificación de notable, es decir, siete u ocho respuestas correctas?
- c) ¿Cuál será el número medio de respuestas correctas?

Solución: a) 0,0781; b) 0,0563; c) 0,003476; d) 2,5.

17. En un instituto de bachillerato de 680 alumnos la nota media de fin de curso es de 5,2 con una desviación típica de 1,6. Si se supone que la distribución de notas es normal:

- a) ¿Cuántos alumnos tienen la nota media superior a cinco?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno tenga una nota superior a siete?
- c) Se quiere preseleccionar al 2,5 % de los alumnos que han conseguido las notas más altas para hacer un equipo y participar en un concurso cultural. ¿Cuál es la nota mínima (con dos cifras decimales) necesaria para ser preseleccionado?

Solución: a) Aproximadamente 375; b) 0,1292; c) 8,34.



18. La probabilidad de que una persona vacunada contra la gripe contraiga esta enfermedad es de 0,1. Si elegimos 100 personas al azar entre las vacunadas, calcula la probabilidad de que estén enfermas de gripe:

- a) Más de la mitad.
- b) Siete o más y menos de diez.
- c) Alguna persona.

Solución: a) 0; b) 0,3413; c) 0,9987.

19. En la última temporada de entrenamientos, los tiempos empleados por un corredor de 100 metros en recorrer dicha distancia se distribuyeron según una normal de media 10,8 segundos y desviación típica 0,3 segundos:

- a) Para participar en un campeonato ha de recorrer una vez los 100 metros en menos de 10,5 segundos. ¿Qué probabilidad tiene de participar?
- b) Para poder estar en una olimpiada tiene que participar en 25 carreras y obtener una marca de menos de 10,4 segundos en dos de ellas como mínimo. ¿Podrá ir a la olimpiada?
- c) Suponiendo que el atleta está en la olimpiada, ¿qué probabilidad tiene de correr la final si para ello tiene que correr tres eliminatorios en un tiempo inferior a 10,3 segundos?

Solución: a) 0,1587; b) Sí; c) 0,1425.

20. La balanza de una frutería comete errores en cada pesada que se distribuyen según una normal de media 0 gramos y desviación típica 5 gramos:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que en una pesada la balanza marque un peso superior en 10 gramos al verdadero?
- b) ¿Qué porcentaje de veces la balanza cometerá un error de más de 8 gramos a favor del cliente?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el error sea de menos de 8 gramos?

Solución: a) 0,0228; b) 0,0548; c) 0,8904.

21. Se han sorteado 60 entradas para un concierto entre los alumnos de un instituto. Sabiendo que en dicho instituto el 16 % de los alumnos está matriculado en 2º de Bachillerato, se pide:

- a) Probabilidad de que les toque una entrada a más de 20 alumnos de 2º de Bachillerato.
- b) Probabilidad de que el número de alumnos de 2º de Bachillerato con entrada esté comprendido entre 5 y 10, ambos inclusive.

Solución: a) 0,0001; b) 0,5031.



22. En una fábrica se sabe que el 2% de los tornillos fabricados tienen una longitud inadecuada y que el 4% tienen el diámetro incorrecto. Si ambos defectos son independientes y los tornillos se empaquetan en cajas de 200, utiliza la distribución binomial y la aproximación normal de la binomial, comparando los resultados, para calcular la probabilidad de que en una caja haya entre 1 y 3 (ambos inclusive) tornillos:

- a) Con la longitud inadecuada.
- b) Con el diámetro incorrecto.
- c) Con la longitud y el diámetro defectuosos.

Solución: Con la binomial: a) 0,4139; b) 0,03924; c) 0,01624. Con aproximación de la binomial a la normal: a) 0,2407; b) 0,0292; c) 0,007028.

23. Una variable aleatoria continua X sigue una distribución normal $N(20, 4)$. Halla el valor de t para que $P(X \leq t) = 0,1526$.

Solución: $t = 15,898$.

24. Un panadero fabrica barras de pan cuyos pesos se distribuyen normalmente según una normal de media 250 gramos. El 5% de las barras pesa menos de 240 gramos. ¿Cuánto vale su desviación típica?

Solución: $\sigma = 6,08$.

25. En 1992 el 20% de las películas de cine proyectadas en España eran de nacionalidad española. Si tomamos una muestra de seis películas, calcula la probabilidad de que haya:

- a) Una película española.
- b) Tres o más películas españolas.

Solución: a) 0,3932; b) 0,0989.

26. La probabilidad de que un jugador de baloncesto haga una canasta de tres puntos es 0,15:

- a) Si efectúa 9 lanzamientos de tres puntos, ¿cuál es la probabilidad de que acierte al menos tres lanzamientos? ¿Y la probabilidad de fallar siete?
- b) ¿Cuántos lanzamientos tiene que realizar para que la probabilidad de meter al menos una canasta de tres puntos sea mayor que 0,9?

Solución: a) Acertar al menos tres lanzamientos: 0,1408. Fallar siete: 0,2597 ; b) Tiene que realizar 15 lanzamientos como mínimo.



27. Según indica el INE (Instituto Nacional de Estadística), la población activa española en 1992 era de 15201000 habitantes, de los que 2789000 estaban parados. Se escogen 10 personas al azar de entre la población activa. Se pide:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que 5 estén parados?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno esté parado?
- c) ¿Cuál sería el número medio de parados y la desviación típica en muestras de 10 personas?

Investigar y hacer un estudio comparativo con los datos del año 2018.

Solución: a) 0,019; b) 0,133 ; c) Media: 1,83. Desviación típica: 1,22.

28. La probabilidad de acertar un número en el juego de la ruleta es $\frac{1}{37}$.

- a) Si apostamos diez veces a un mismo número, ¿cuál es la probabilidad de acertar menos de dos veces?
- b) ¿Cuántas veces hay que jugar para que la probabilidad de ganar al menos una vez sea mayor que 0,5?

Solución: a) 0,97 ; b) Hay que jugar 26 veces como mínimo.

29. Un sistema de protección contra misiles está construido con 6 unidades de radar que funcionan independientemente, cada una con una probabilidad de 0,8 de detectar un misil que ingresa en la zona que abarcan todas las unidades.

- a) Hallar la probabilidad de que tres radares detecten un misil.
- b) ¿Cuántos radares debe haber para que la probabilidad de detectar un misil que entre en la zona sea de 0,999?

Solución: a) 0,0819 ; b) Bastaría con 5.

30. Sabemos que un determinado modelo de televisor tiene una duración media de 12 años y una desviación típica de 0,8. Si la duración de los televisores de este tipo sigue una distribución normal.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un televisor dure más de 10 años?
- b) ¿Qué porcentaje de televisores funcionará entre 10 y 12 años?
- c) De los 1000 televisores que vende un hipermercado, ¿cuántos durarán más de 14 años?

Solución: a) 0,9938 ; b) 48,38 % ; c) De los mil televisores 6 durarán más de 14 años.



31. Una fábrica de conservas vegetales ha comprado a un agricultor la cosecha de guisantes. Los diámetros de los guisantes comprados se distribuyen según una normal de media 1 cm y de desviación típica 0,1 cm. Para enlatarlos se clasifican, según su diámetro, en dos tipos: *A*, con más de 1,1 cm de diámetro; *B*, con diámetro entre 0,85 y 1,1 cm. El resto de los guisantes son rechazados. Calcula:

- a) ¿Qué porcentaje de guisantes hay de cada tipo?
- b) ¿Qué porcentaje es rechazado?

Solución: a) Del tipo *A* hay un 15,87%, y del tipo *B* un 77,45% ; b) Es rechazado un 6,68%.

32. El 26 % de los habitantes de una región ha nacido fuera de la misma. Si elegimos 1000 personas al azar:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya exactamente 240 personas no nacidas en la región?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de 100 y menos de 300 personas nacidas en otras regiones?

Solución: a) 0,0099 ; b) 0,9978.

33. Un examen de unas oposiciones consta de 300 preguntas de tipo test, con cuatro respuestas posibles cada una, de las cuales sólo una es correcta. Si un opositor que no ha estudiado nada, responde al azar, calcula:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen si para ello hay que acertar 200 preguntas o más?
- b) ¿Qué probabilidad tiene de contestar correctamente a 50 o más preguntas y menos de 100?

Solución: a) 0 ; b) 0,9992.

34. La distribución de la precipitación anual en la estación de Loranca de Tajuña es $\bar{x} = 527,6$ mm, $\sigma = 152,9$; y en la estación de Sigüenza es $\bar{x} = 582,3$ mm, $\sigma = 148$. Suponiendo la precipitación anual se ajusta a una distribución normal, calcula, a partir de la media y la desviación típica, para las dos estaciones que se dan:

- a) La probabilidad de obtener una precipitación inferior a 400 mm.
- b) La precipitación máxima esperada al 95% de probabilidad.

Solución: a) Loranca de Tajuña: 0,2033. Sigüenza: 0,1093 ; b) Loranca de Tajuña: 785,7 mm. Sigüenza: 825,8 mm.



35. En un centro de fertilidad, cada intento de inseminación in vitro para cualquier pareja tiene un porcentaje de éxito del 30 %. Esta semana han acudido 10 parejas para realizar el tratamiento. Nos preguntamos por el número de ellas que consiguen tener hijos.

- a) ¿De qué tipo de distribución se trata? Calcular su media y su desviación.
- b) ¿Qué probabilidad hay de que ninguna pareja conciba? ¿Y de que alguna conciba?

Solución: a) Se trata de una distribución binomial. $\mu = 3$, $\sigma = 1,449$; b) 0,028, 0,972.

36. La distribución del número de atunes capturados por los barcos pesqueros que salen a faenar en una cierta zona es una normal de media 110. Se sabe que, tomando un barco al azar, la probabilidad de que capture más de 125 atunes es 0,1587.

- a) Calcular la desviación típica de la distribución.
- b) Se considera que la campaña ha sido buena si se capturan más de 100 atunes. ¿Qué porcentaje estimado de barcos no tendrán una buena campaña?
- c) ¿Cuántos atunes debe capturar un barco para estar en el percentil 90? (Un percentil k es el valor de la variable que deja por debajo del mismo al k % de la población).

Solución: a) $\sigma = 15$; b) 25,14 %; c) 130 atunes.

37. En una clase hay 30 alumnos

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos un alumno haya nacido en diciembre?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos un tercio de la clase haya nacido en verano?

Solución: a) 0,926 ; b) 0,2004.

38. Una máquina que expende bebidas está regulada de modo que la cantidad de líquido que echa está distribuida normalmente con una media de 200 ml y una desviación típica de 15 ml.

- a) ¿Qué porcentaje de los vasos se llenarán con más de 224 ml?
- b) Si usamos 6 vasos de 224 ml de capacidad, ¿cuál es la probabilidad de que se derrame líquido únicamente en uno de los vasos?

Solución: a) 5,5 % ; b) 0,2487.