

1. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3+2x}{x-3}$; b) $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x^2 - 5x + 4}$; c) $\lim_{x \rightarrow 0} (3 - \operatorname{sen} 2x)$; d) $\lim_{x \rightarrow -1} e^{3x+3}$; e) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x + 5}{x^2 - 6x - 7}$;
 f) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 5x + 1}{x^3 + 2x^2 - 3x}$; g) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{\sqrt[3]{x^3 + 3x^2}}$; h) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x^3 - x}}{\sqrt{x^2 + x - 2}}$; i) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - 5x + 2}{x^2 + 2x} - \frac{x^3 + 2x + 1}{x^3 + x} \right)$;
 j) $\lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{x^2 - 7x + 4}{x - 3} \right)^{\frac{x+1}{x-7}}$; k) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^3 + x^2 - x - 1}$; l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + x - 1}{x^2}$; m) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x (1 + \cos x)}{x \cos x}$;
 n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{sen} x}$; ñ) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \operatorname{sen} x)^{\frac{1}{x}}$; o) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - 2^{\frac{1}{x}} \right)^x$; p) $\lim_{x \rightarrow 2} (3 - x)^{\frac{2}{x^2 - 4}}$;
 q) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 9} - 4}{x - 5}$; r) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x - 2}{3x} \right)^{2x-1}$; s) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x)^{1-3x}$; t) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{2x-3} - 1}$; u) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x+2}{6} \right)^{\frac{1}{x-4}}$;
 v) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$; w) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$; x) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)}$; y) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$; z) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{e}{e^x - e} - \frac{1}{x - 1} \right)$

2. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x^2 - x - 1}{7 - x} \right)^{\frac{1}{x-2}}$; b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 3x - 4}$; c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + x^3)}{x}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$; e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$;
 f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x - x}{x - \operatorname{sen} x}$; g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\operatorname{sen} x}}{1 - \cos x}$; h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{x^2}$; i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sqrt[4]{x^3}}$; j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{3x^2}$;
 k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x \operatorname{sen} x}$; l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{e^x - 1}$; m) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} x - 8}{\sec x + 10}$; n) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x^3 + x^2 - 3}{5x^3 - 2x^2} \right)^{1-x}$; ñ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-5}{2x+3} \right)^{\frac{x+1}{2}}$;
 o) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen} x}{1 - \cos x}$; p) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{13 - x^2} - 3}{x - 2}$; q) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{(x-1)^2}$; r) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{-x}$; s) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x} \right)$;
 t) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x \cos x - 1}{\operatorname{sen} x - x + 1 - \cos x}$; u) $\lim_{x \rightarrow (\pi/2)^-} \cos x \ln(\operatorname{tg} x)$; v) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}$; w) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 1}{2x + 1} \right)^{\frac{1-x}{x}}$;
 x) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\operatorname{sen} x} \right)^{\frac{1}{x}}$; y) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\frac{1+x}{x} \right)$; z) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \operatorname{sen} 2x)^{\operatorname{cotg} 3x}$

3. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{\ln(\cos x^2 + x)}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \operatorname{sen} x}$; c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x^3}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(e^{1/x} - 1)$; e) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{1 - \cos x}}$

4. Calcular el dominio de la función $f(x) = x^{\frac{1}{\ln x - 1}}$. Estudiar el comportamiento de f en 0 , e y $+\infty$; o dicho de otro modo, calcular los siguientes límites: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow e} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Soluciones

1. a) -7 ; b) 2 ; c) 3 ; d) 1 ; e) $-\frac{9}{8}$; f) $\frac{15}{28}$; g) 0 ; h) No existe si $x \rightarrow 1^-$, $+\infty$ si $x \rightarrow 1^+$; i) -5 ;
j) e^{12} ; k) $\frac{1}{2}$; l) $\frac{1}{2}$; m) 2 ; n) 2 ; ñ) e ; o) $-\ln 2$; p) $e^{-1/2}$; q) $\frac{5}{4}$; r) $+\infty$; s) 0 ; t) $\frac{1}{4}$; u) $e^{1/6}$;
v) $+\infty$; w) 1 ; x) $\frac{9}{4}$; y) e^{-6} ; z) $-\frac{1}{2}$
2. a) $e^{8/5}$; b) $-\frac{3}{5}$; c) 1 ; d) $-\infty$ si $x \rightarrow 0^-$, $+\infty$ si $x \rightarrow 0^+$; e) $\ln a - \ln b$; f) -2 ; g) 0 ; h) $-\frac{9}{2}$; i) 0 ;
j) $\frac{4}{3}$; k) 0 ; l) 0 ; m) 1 ; n) $+\infty$; ñ) e^{-2} ; o) 2 ; p) $-\frac{2}{3}$; q) $-\infty$ si $x \rightarrow 1^-$, $+\infty$ si $x \rightarrow 1^+$; r) $+\infty$;
s) 0 ; t) 1 ; u) 0 ; v) 1 ; w) e^{-2} ; x) $+\infty$; y) 1 ; z) $e^{-2/3}$
3. a) 0 ; b) 2 ; c) $-\frac{1}{3}$; d) $+\infty$; e) e^2
4. $\text{Dom } f = \mathbb{R}^+ - \{e\}$. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = e$, $\lim_{x \rightarrow e} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \rightarrow e^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow e^+ \end{cases}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e$.