1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-4 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x^2-y=4 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x-3y=-3 \\ xy=6 \end{cases}$; d) $\begin{cases} \sqrt{x}+y=7 \\ \dfrac{x+1}{y}=1 \end{cases}$; e) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{5} \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{1}{10} \end{cases}$; f) $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$;

g) $\begin{cases} \dfrac{x-2}{3}-\dfrac{y-4}{2}=1 \\ \dfrac{2}{x-3}=\dfrac{4}{y-2} \end{cases}$; h) $\begin{cases} 2x-y=9 \\ \sqrt{x+y}+y=x \end{cases}$; i) $\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x^2-7=y+2 \end{cases}$; j) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=1-\dfrac{1}{xy} \\ xy=6 \end{cases}$; k) $\begin{cases} x^2+xy+y^2=21 \\ x+y=1 \end{cases}$;

l) $\begin{cases} x=2y+1 \\ \sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}=2 \end{cases}$; m) $\begin{cases} \sqrt{x+y}+2=x+1 \\ 2x-y=5 \end{cases}$; n) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6} \\ 2x+3y=2 \end{cases}$; ñ) $\begin{cases} x^2+y^2-5x-5y+10=0 \\ x^2-y^2-5x+5y+2=0 \end{cases}$;

o) $\begin{cases} (x+y)(x-y)=7 \\ 3x-4y=0 \end{cases}$; p) $\begin{cases} y^2-2y+1=x \\ \sqrt{x}+y=5 \end{cases}$; q) $\begin{cases} 2\sqrt{x+1}=y+1 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$; r) $\begin{cases} \sqrt{3(x+y)}+x=12 \\ 2x-y=0 \end{cases}$; s) $\begin{cases} xy=15 \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{5}{3} \end{cases}$

2. Resuelve las siguientes inecuaciones y expresa el resultado en forma de intervalo (las hay de todo tipo: de primer y de segundo grado, de grado superior a dos y racionales o con la incógnita en el denominador):

a) $4-3(2x-1)-4(2-2x)\le -1$; b) $x-\dfrac{1+x}{2}<4$; c) $\dfrac{x-2}{4}-\dfrac{2x+1}{2}\ge 1-\dfrac{x-4}{8}$; d) $x^2-3x+4>0$;

e) $\dfrac{2}{x}<\dfrac{5}{4}$; f) $-x^2-3x+10<0$; g) $\dfrac{-x+4}{x+5}\ge 0$; h) $\dfrac{5}{2-x}\le 1$; i) $\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-9}\ge 0$; j) $\dfrac{x}{x^2-4x}\le -1$;

k) $x^2+7<0$; l) $x^2-4\le 0$; m) $\dfrac{3x+5}{x^2+1}\ge 0$; n) $\dfrac{x^2}{x+4}<0$; ñ) $\dfrac{4x+x^2-2}{x^2+x}>\dfrac{x^2-2}{x}$; o) $(2x-3)^2\le 1$;

p) $x(x^2+x)-(x+1)(x^2-2)>-4$; q) $x^3-5x^2+2x+8\ge 0$; r) $x^3-x^2-6x<0$; s) $x^2(x-2)\le 0$;

t) $(2x+8)(x^3-4x)(x^2-4x+4)\le 0$; u) $\dfrac{x^2-3}{x+3}\le x$; v) $\dfrac{5x-2}{2x+1}\ge -2$; w) $\dfrac{x^2}{x-2}\le 2$; x) $\dfrac{x-1}{x+3}-1\le 0$;

y) $\dfrac{x^2-9}{4}-\dfrac{(x+2)(x-2)}{15}<\dfrac{1-2x}{3}$; z) $\dfrac{1}{x+1}\le 1+\dfrac{2}{x-1}$

3. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita y expresa la solución tanto gráficamente como en forma de intervalo:

a) $\begin{cases} 2x+3\ge -x-3 \\ 2(x-1)\le x+4 \end{cases}$; b) $\begin{cases} x^2-5x+4<0 \\ -x^2+3x<0 \end{cases}$; c) $\begin{cases} -2x-3(x+4)<5-4(x-2) \\ x^2-11x\le 0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x-3\le 2-\dfrac{x}{3}-\dfrac{3}{2} \\ \dfrac{x+2}{3}\ge 5x-1 \end{cases}$;

e) $\begin{cases} \dfrac{3-x}{3}-2<\dfrac{4-2x}{2} \\ \dfrac{2-x}{5}\le 3-x \end{cases}$; f) $\begin{cases} 3x-5>\dfrac{x}{2}-1 \\ (x-6)^2>(x+6)(x-6) \end{cases}$; g) $\begin{cases} x^2-4x-21>0 \\ 4-2x<14 \end{cases}$; h) $\begin{cases} 2-\dfrac{3+5x}{4}>x \\ x^2-3x-10\le 0 \end{cases}$;

i) $\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{3-x}>0 \\ 2(4x-3)\le 9x-2 \end{cases}$; j) $\begin{cases} (x+1)^2-x^2+x+2>0 \\ \dfrac{x}{x-2}>0 \end{cases}$; k) $\begin{cases} x^2-2x-8\le 0 \\ \dfrac{x-1}{x+1}>0 \end{cases}$; l) $\begin{cases} -x^2+x+1>0 \\ x^2+4\le (x+2)^2 \\ 3x+5<x+7 \end{cases}$

4. Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas de ecuaciones en los que aparecen valores absolutos y expresa la solución en forma de intervalo:

a) $|2x-1|>3$; b) $\left|3-\dfrac{x}{2}\right|\leq 2$; c) $\left|\dfrac{x}{5}-\dfrac{1}{2}\right|\geq 5$; d) $\left|1-\dfrac{x}{3}\right|<1$; e) $|x-3|>-1$; f) $|3-2x|<0$;

g) $\left|\dfrac{2x-1}{x+3}\right|\leq 1$; h) $|3-2x|<|x+4|$; i) $\left|\dfrac{x+1}{x-2}\right|>2$; j) $\left|\dfrac{3x+5}{x}\right|\geq 2$; k) $\left|\dfrac{3x-1}{x+7}\right|<3$; l) $\left|\dfrac{2x-1}{1+2x}\right|>3$;

m) $|2x+5|\geq|x+4|$; n) $\left|\dfrac{3x-5}{x-1}\right|\geq\dfrac{1}{2}$; ñ) $\left|\dfrac{x-3}{5x}\right|<\dfrac{1}{3}$; o) $\begin{cases}|1-2x|<4\\ x(1-x)\leq -2\end{cases}$; p) $\begin{cases}|x-2|>3\\ 2x-6<4\end{cases}$;

q) $\begin{cases}|x+6|>5\\ |x-8|<20\end{cases}$; r) $\begin{cases}|x-3|<5\\ x^2+5x<0\end{cases}$; s) $\begin{cases}x^2+x-6\leq 0\\ \left|1-\dfrac{x}{3}\right|>\dfrac{1}{2}\end{cases}$; t) $\begin{cases}|2x-1|\geq 3\\ x^2-6x+5>0\end{cases}$; u) $\begin{cases}(x-5)^2-x^2\geq 0\\ \left|2-\dfrac{5x}{3}\right|>1\end{cases}$

5. Una fábrica A paga a sus viajantes 1 euro por artículo vendido más una cantidad fija de 500 euros. Otra fábrica B paga 1,5 euros por artículo y 300 euros fijos. ¿Cuántos artículos debe vender el viajante de la fábrica B para ganar más dinero que el de la fábrica A?

6. ¿Cuáles son los números cuyo cuadrado excede al propio número en más de dos?

7. Un padre y su hijo se llevan 30 años. Determina en qué período de sus vidas la edad del padre excede en más de 10 años al doble de la edad del hijo.

8. ¿Cuáles son los números cuyo cuádruplo excede a su doble en más de 10?

9. En una fiesta, Olga, Begoña y Salvador hablan de la edad que tienen. Sabemos que la suma de las edades de los tres es inferior a 85 años, que Begoña tiene el doble de años que Olga y que Salvador tiene 15 años más que Begoña. ¿Podrías decir si la persona más joven es ya mayor de edad?

10. La familia Sánchez quiere ir de viaje. Por eso se han puesto en contacto con dos agencias de viaje. La agencia Salimos cobra 75 euros más 0,50 euros por kilómetro y la agencia Marchamos cobra 95 euros más 0,40 euros por kilómetro.
    a) ¿Para cuántos kilómetros resulta más barata la agencia Salimos?
    b) Para hacer un viaje de 150 km, ¿qué agencia es la más rentable? ¿Y para hacer un viaje de 480 km?

11. El lado desigual de un triángulo isósceles tiene 8 cm. Determina la medida de uno de los otros dos lados si el perímetro tiene que ser mayor de 20 cm.

12. Si al triple de un número le restamos diez unidades, resulta mayor que si al doble de este número le sumamos cuatro. ¿Qué números verifican este enunciado?

13. El doble de la suma de un número más tres unidades es más grande que el triple de este número más seis unidades. ¿De qué número se trata?

14. La suma de la mitad y la cuarta parte de un número es más pequeña o igual que el triple de este número menos seis unidades. Encuentra la solución de esta inecuación.

15. El lado de un rectángulo tiene 20 cm y el otro x cm. Determina la medida de x para que el área del rectángulo sea inferior a 104 cm^2.

16. Un club de tenis cobra a sus socios una cuota mensual de 36 euros, la cual les da derecho a disfrutar de las instalaciones y jugar al tenis tantas horas al mes como deseen. Un jugador que no sea socio tiene que pagar 4,50 €/h por utilizar las instalaciones. ¿Cuántas horas mensuales tendrá que jugar una persona para que le salga más rentable hacerse socia del club?

Soluciones

1. a) $x_1=1\,,\ y_1=-4$; $x_2=-4\,,\ y_2=1$; b) $x_1=-1\,,\ y_1=-3$; $x_2=3\,,\ y_2=5$;

   c) $x_1=3\,,\ y_1=2$; $x_2=-6\,,\ y_2=-1$; d) $x=4\,,\ y=5$; e) $x=2\,,\ y=-\dfrac{10}{3}$;

   f) $x_1=0\,,\ y_1=-5$; $x_2=4\,,\ y_2=3$; g) $x=\dfrac{7}{2}\,,\ y=3$; h) $x=6\,,\ y=3$;

   i) $x_1=-2\,,\ y_1=-5$; $x_2=4\,,\ y_2=7$; j) $x_1=2\,,\ y_1=3$; $x_2=3\,,\ y_2=2$;

   k) $x_1=-4\,,\ y_1=5$; $x_2=5\,,\ y_2=-4$; l) $x=17\,,\ y=8$; m) $x_1=2\,,\ y_1=-1$; $x_2=3\,,\ y_2=1$;

   n) No tiene solución ; ñ) $x_1=2\,,\ y_1=1$; $x_2=2\,,\ y_2=4$; $x_3=3\,,\ y_3=1$; $x_4=3\,,\ y_4=4$;

   o) $x_1=4\,,\ y_1=3$; $x_2=-4\,,\ y_2=-3$; p) $x=4\,,\ y=3$; q) $x_1=-1\,,\ y_1=-1$; $x_2=8\,,\ y_2=5$;

   r) $x=\dfrac{33-3\sqrt{57}}{2}\,,\ y=33-3\sqrt{57}$; s) $x_1=5\,,\ y_1=3$; $x_2=-5\,,\ y_2=-3$

2. a) $(-\infty\,,\,0]$; b) $(-\infty\,,\,9)$; c) $(-\infty\,,\,-4]$; d) $\mathbb{R}$; e) $(-\infty\,,\,0)\cup\left(\dfrac{8}{5}\,,\,+\infty\right)$; f) $(-\infty\,,\,-5)\cup(2\,,\,+\infty)$;

   g) $(-5\,,\,4]$; h) $(-\infty\,,\,-3]\cup(2\,,\,+\infty)$; i) $(-\infty\,,\,-3)\cup[1\,,\,3)\cup[4\,,\,+\infty)$; j) $[3\,,\,4)$;

   k) No tiene solución ; l) $[-2\,,\,2]$; m) $\left[-\dfrac{5}{3}\,,\,+\infty\right)$; n) $(-\infty\,,\,-4)$; ñ) $\left(-\infty\,,\,-\sqrt{6}\right)\cup\left(-1\,,\,\sqrt{6}\right)$;

   o) $[1\,,\,2]$; p) $(-3\,,\,+\infty)$; q) $[-1\,,\,2]\cup[4\,,\,+\infty)$; r) $(-\infty\,,\,-2)\cup(0\,,\,3)$; s) $(-\infty\,,\,2]$;

   t) $[-4\,,\,-2]\cup[0\,,\,2]$; u) $(-\infty\,,\,-3)\cup[-1\,,\,+\infty)$; v) $\left(-\infty\,,\,-\dfrac{1}{2}\right)\cup[0\,,\,+\infty)$; w) $(-\infty\,,\,2)$;

   x) $(-3\,,\,+\infty)$; y) $\left(\dfrac{-20-\sqrt{1929}}{11}\,,\,\dfrac{-20+\sqrt{1929}}{11}\right)$; z) $(-\infty\,,\,-1)\cup(1\,,\,+\infty)$

3. a) $[-2\,,\,6]$; b) $(3\,,\,4)$; c) $[0\,,\,11]$; d) $\left(-\infty\,,\,\dfrac{5}{14}\right]$; e) $\left(-\infty\,,\,\dfrac{13}{4}\right]$; f) $\left(\dfrac{8}{5}\,,\,6\right)$;

   g) $(-5\,,\,-3)\cup(7\,,\,+\infty)$; h) $\left[-2\,,\,\dfrac{5}{9}\right)$; i) $[-4,-2)\cup(2,\,3)$; j) $(-1\,,\,0)\cup(2\,,\,+\infty)$;

   k) $[-2\,,\,-1)\cup(1\,,\,4]$; l) $[0\,,\,1)$

4. a) $(-\infty\,,\,-1)\cup(2\,,\,+\infty)$; b) $[2\,,\,10]$; c) $\left(-\infty\,,\,-\dfrac{45}{2}\right]\cup\left[\dfrac{55}{2}\,,\,+\infty\right)$; d) $(0\,,\,6)$; e) $\mathbb{R}$;

   f) No tiene solución ; g) $\left[-\dfrac{2}{3}\,,\,4\right]$; h) $\left(-\dfrac{1}{3}\,,\,7\right)$; i) $(1\,,\,5)-\{2\}$; j) $(-\infty\,,\,-5]\cup[-1\,,\,+\infty)-\{0\}$;

   k) $\left(-\dfrac{10}{3}\,,\,+\infty\right)$; l) $\left(-1\,,\,-\dfrac{1}{4}\right)-\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$; m) $(-\infty\,,\,-3]\cup[-1\,,\,+\infty)$; n) $\left(-\infty\,,\,\dfrac{11}{7}\right]\cup\left[\dfrac{9}{5}\,,\,+\infty\right)-\{1\}$;

   ñ) $\left(-\infty\,,\,-\dfrac{9}{2}\right)\cup\left(\dfrac{9}{8}\,,\,+\infty\right)$; o) $\left(-\dfrac{3}{2}\,,\,-1\right]\cup\left[2\,,\,\dfrac{5}{2}\right)$; p) $(-\infty\,,\,-1)$; q) $(-12\,,\,-11)\cup(-1\,,\,28)$;

   r) $(-2\,,\,0)$; s) $\left[-3\,,\,\dfrac{3}{2}\right)$; t) $(-\infty\,,\,-1]\cup(5\,,\,+\infty)$; u) $\left(-\infty\,,\,\dfrac{3}{5}\right)\cup\left(\dfrac{9}{5}\,,\,\dfrac{5}{2}\right]$

5. Más de 400 artículos.
6. $(-\infty\ ,\ -1)\cup(2\ ,\ +\infty)$
7. Esto ocurre desde que el hijo nace hasta que tiene 20 años. O lo que es lo mismo, desde que el padre tiene 30 años hasta que tiene 50.
8. Los números mayores que 5.
9. La persona más joven es Olga y no es mayor de edad, pues tiene menos de 14 años.
10. La agencia Salimos resulta más barata entre 0 y 200 kilómetros. Por eso, para hacer 150 kilómetros resulta más rentable viajar con Salimos. Pero si se realizan 480 kilómetros es más rentable viajar con Marchamos.
11. Los otros lados (ambos de igual medida) tienen que medir más de 6 centímetros.
12. Los números mayores que 14.
13. De un número menor que cero.
14. $\left[\dfrac{8}{3}\ ,\ +\infty\right)$
15. La medida del otro lado del rectángulo ha de ser inferior a 5,2 centímetros: $x<5,2$ cm.
16. Si esta persona juega más de 8 horas al mes, le saldrá más rentable hacerse socia del club.