1. Calcula:

$$\text{a) } \log_2 16 \ ; \ \text{b) } \log_2 0,25 \ ; \ \text{c) } \log_9 1 \ ; \ \text{d) } \log_{10} 0,1 \ ; \ \text{e) } \log_4 64 \ ; \ \text{f) } \log_7 49 \ ; \ \text{g) } \ln e^4 \ ; \ \text{h) } \ln e^{-1/4} \ ;$$

$$\text{i) } \log_5 0,04 \ ; \ \text{j) } \log_6\left(\frac{1}{216}\right) \ ; \ \text{k) } \log_2 1024 \ ; \ \text{l) } \log 0,001 \ ; \ \text{m) } \log_2 \frac{1}{64} \ ; \ \text{n) } \log_{\sqrt{3}} 3 \ ; \ \text{ñ) } \log_3 \sqrt{3} \ ;$$

$$\text{o) } \log_2 \sqrt{8} \ ; \ \text{p) } \log_{1/2} \frac{2}{\sqrt{2}} \ ; \ \text{q) } \log_2 64 + \log_2 \frac{1}{4} - \log_3 9 - \log_2 \sqrt{2} \ ; \ \text{r) } \log_2 \frac{1}{32} + \log_3 \frac{1}{27} - \log_2 1$$

2. Halla la parte entera de:

$$\text{a) } \log_2 60 \ ; \ \text{b) } \log_5 700 \ ; \ \text{c) } \log_{10} 43000 \ ; \ \text{d) } \log_{10} 0,084 \ ; \ \text{e) } \log_9 60 \ ; \ \text{f) } \ln e$$

3. Calcula la base de estos logaritmos:

$$\text{a) } \log_x 125 = 3 \ ; \ \text{b) } \log_x \frac{1}{9} = -2 \ ; \ \text{c) } \log_x \frac{1}{4} = 2 \ ; \ \text{d) } \log_x 2 = \frac{1}{2} \ ; \ \text{e) } \log_x 0,04 = -2 \ ; \ \text{f) } \log_x 4 = -\frac{1}{2} \ ;$$

$$\text{g) } \log_x \frac{1}{27} = -3 \ ; \ \text{h) } \log_x 8 = 2 \ ; \ \text{i) } \log_x \frac{1}{16} = 4$$

4. Calcula el valor de x en las siguientes igualdades:

$$\text{a) } \log 3^x = 2 \ ; \ \text{b) } \log x^2 = -2 \ ; \ \text{c) } 7^x = 115 \ ; \ \text{d) } 5^{-x} = 3 \ ; \ \text{e) } \log_5 5 = x \ ; \ \text{f) } \log_a 1 = x \ ; \ \text{g) } \log_3 \sqrt[5]{9} = x$$

5. Aplica la propiedad del cambio de base para obtener los siguientes logaritmos con la ayuda de la calculadora:

$$\text{a) } \log_2 1500 \ ; \ \text{b) } \log_5 200 \ ; \ \text{c) } \log_{100} 200 \ ; \ \text{d) } \log_{100} 40 \ ; \ \text{e) } \log_7 123 \ ; \ \text{f) } \log_{1/2} 77$$

En cada caso, también con la calculadora, comprueba el resultado utilizando la potenciación.

6. Sabiendo que $\log_5 A = 1,8$ y $\log_5 B = 2,4$, calcula:

$$\text{a) } \log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}} \ ; \ \text{b) } \log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$$

7. Averigua la relación que hay entre x e y, sabiendo que se verifica que $\ln y = 2x - \ln 5$.

8. Halla con la calculadora y comprueba el resultado con la potenciación:

$$\text{a) } \log\sqrt{148} \ ; \ \text{b) } \ln\left(2,3\cdot 10^{11}\right) \ ; \ \text{c) } \ln\left(7,2\cdot 10^{-5}\right) \ ; \ \text{d) } \log_3 42,9 \ ; \ \text{e) } \log_5 1,95 \ ; \ \text{f) } \log_2 0,034$$

9. Halla el valor de x en estas expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$\text{a) } \ln x = \ln 17 + \ln 13 \ ; \ \text{b) } \log x = \log 36 - \log 9 \ ; \ \text{c) } \ln x = 3\ln 5 \ ; \ \text{d) } \log x = \log 12 + \log 25 - 2\log 6 \ ;$$

10. Sabiendo que $\log k = 14,4$ y que $\ln z = 0,45$, calcula el valor de las siguientes expresiones:

$$\text{a) } \log\frac{k}{100} \ ; \ \text{b) } \log\left(0,1k^2\right) \ ; \ \text{c) } \log\sqrt[3]{\frac{1}{k}} \ ; \ \text{d) } \left(\log k\right)^{1/2} \ ; \ \text{e) } \ln\frac{z}{e} \ ; \ \text{f) } \ln\sqrt[3]{z} \ ; \ \text{g) } \ln\frac{e^2}{z}$$

11. Calcula x para que se cumpla (da el resultado en notación científica con tres cifras significativas):

$$\text{a) } x^{2,7} = 19 \ ; \ \text{b) } \log_7 3x = 0,5 \ ; \ \text{c) } 3^{2+x} = 172 \ ; \ \text{d) } 8^x = 32 \ ; \ \text{e) } \sqrt[3]{5^x} = \frac{1}{25} \ ; \ \text{f) } \frac{1}{9^x} = \sqrt[3]{9}$$

12. Si $\log k = x$, escribe en función de x:

$$\text{a) } \log k^2 \ ; \ \text{b) } \log\frac{k}{100} \ ; \ \text{c) } \log\sqrt{10k}$$

13. Comprueba que si $a \neq 1$, $\dfrac{\log\frac{1}{a} + \log\sqrt{a}}{\log a^3} = -\dfrac{1}{6}$ ¿Por qué se impone previamente la condición $a \neq 1$?

Soluciones

1. a) 4 ; b) -2 ; c) 0 ; d) -1 ; e) 3 ; f) 2 ; g) 4 ; h) $-\dfrac{1}{4}$; i) -2 ; j) -3 ; k) 10 ; l) -3 ; m) -6 ; n) 2 ; ñ) $\dfrac{1}{2}$; o) $\dfrac{3}{2}$; p) $-\dfrac{1}{2}$; q) $\dfrac{3}{2}$; r) -8

2. a) 5 ; b) 4 ; c) 4 ; d) -1 ; e) 1 ; f) 1

3. a) 5 ; b) 3 ; c) $\dfrac{1}{2}$; d) 4 ; e) 5 ; f) $\dfrac{1}{16}$; g) 3 ; h) $\sqrt{8}$; i) $\dfrac{1}{2}$

4. a) $\dfrac{2}{\log 3} \cong 4{,}19$; b) $\dfrac{1}{10}$; c) $\dfrac{\log 115}{\log 7} \cong 2{,}44$; d) $-\dfrac{\log 3}{\log 5} \cong -0.68$; e) 1 ; f) 0 ; g) $\dfrac{2}{5}$

5. a) $10{,}55$; b) $3{,}29$; c) $1{,}15$; d) $0{,}8$; e) $2{,}47$; f) $-6{,}27$

6. a) $-0{,}267$; b) $-1{,}1$

7. $y = \dfrac{e^{2x}}{5}$

8. Este es un ejercicio de comprobación y, por tanto, no queda otra que convencerte de los resultados, utilizando la calculadora para hacer el logaritmo correspondiente y luego, aplicar la definición para comprobar efectivamente el resultado utilizando las potencias.

9. a) 221 ; b) 4 ; c) 125 ; d) $\dfrac{25}{3}$

10. a) $12{,}4$; b) $27{,}8$; c) $-4{,}8$; d) $3{,}79$; e) $-0{,}55$; f) $0{,}15$; g) $1{,}55$

11. a) $2{,}98$; b) $8{,}82 \cdot 10^{-1}$; c) $2{,}69$; d) $1{,}67$; e) -6 ; f) $3{,}33 \cdot 10^{-1}$

12. a) $2x$; b) $x-2$; c) $\dfrac{1+x}{2}$

13. La condición $a \neq 1$ se impone porque si fuera $a = 1$, entonces $\log a = \log 1 = 0$ y no tendría sentido la expresión $\dfrac{\log \frac{1}{a} + \log \sqrt{a}}{\log a^3}$, pues el denominador sería igual a 0.

    Ahora te toca a ti comprobar la veracidad de la igualdad que se propone. Utiliza para ello, adecuadamente, las propiedades de los logaritmos.