

**IMPORTANTE.** Estos ejercicios debes hacerlos sin hacer uso de la calculadora

1. Simplifica las siguientes expresiones con radicales, extrayendo factores del radical en los casos que sea posible:

a)  $\sqrt[3]{24}$  ; b)  $\sqrt[6]{27}$  ; c)  $\sqrt[3]{-108}$  ; d)  $\sqrt[12]{64y^3}$  ; e)  $\sqrt[4]{\frac{81}{64}}$  ; f)  $3\sqrt{8a^3}$  ; g)  $\sqrt{x^4y^6}$  ; h)  $\sqrt{\frac{125a^2}{16b}}$  ;  
i)  $\sqrt{\frac{16}{a^3}}$  ; j)  $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{9}}$  ; k)  $\sqrt{\frac{a}{9} + \frac{a}{16}}$  ; l)  $\sqrt[4]{1 + \frac{9}{16}}$  ; m)  $\frac{x^2y^3}{2} \sqrt{\frac{8x}{x^7y^4}}$

2. Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a)  $\sqrt[4]{4}$  ,  $\sqrt[3]{3}$  ,  $\sqrt{2}$  ; b)  $\sqrt{6}$  ,  $\sqrt[3]{4}$  ; c)  $\sqrt[4]{6}$  ,  $\sqrt[5]{10}$  ; d)  $\sqrt[4]{72}$  ,  $\sqrt[3]{9}$  ,  $\sqrt[6]{100}$

3. Efectúa y simplifica. Extrae factores, si es posible:

a)  $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}$  ; b)  $\frac{\sqrt[8]{625}}{\sqrt[4]{25}}$  ; c)  $4\sqrt{27} \cdot 5\sqrt{6}$  ; d)  $2\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27}{8}}$  ; e)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{8}}$  ; f)  $(\sqrt[6]{32})^3$  ; g)  $\frac{\sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt{a}}$  ;  
h)  $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{a}} \cdot \sqrt{a}$  ; i)  $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$  ; j)  $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$  ; k)  $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$  ; l)  $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{\sqrt[3]{4}}$  ; m)  $\sqrt[3]{\sqrt{16}}$  ; n)  $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$  ;  
ñ)  $\sqrt{3\sqrt[3]{2\sqrt[5]{3}}}$  ; o)  $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[5]{8}}$  ; p)  $\frac{\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[4]{18}}{\sqrt{24}}$  ; q)  $\frac{3\sqrt[3]{500ab^3}}{\sqrt[3]{4a}}$  ; r)  $\sqrt[3]{5\sqrt[3]{\frac{1}{25}}}$  ; s)  $\sqrt[3]{\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}}$  ; t)  $\sqrt[3]{ab^2\sqrt[4]{\frac{1}{ab}}}$

4. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a)  $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80}$  ; b)  $\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{54} - \frac{21}{5}\sqrt[3]{250}$  ; c)  $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$  ;  
d)  $3\sqrt[3]{16} - 2\sqrt[3]{250} + 5\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{2}$  ; e)  $\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{45}}$  ; f)  $\frac{1}{3}\sqrt{5} - \frac{1}{6}\sqrt{20} + \frac{1}{8}\sqrt{45}$  ;  
g)  $\frac{1}{2}\sqrt{28} - \frac{2}{5}\sqrt{63} + \frac{1}{8}\sqrt{175}$  ; h)  $7\sqrt[3]{81a} - \sqrt[3]{3a^4} + \frac{\sqrt[3]{3a}}{5}$  ; i)  $\sqrt[3]{3x^3} + \sqrt[3]{24y^3} + \sqrt[3]{81z^6}$  ; j)  $\sqrt{\frac{a^4b}{c^5}} - \sqrt{\frac{4a^2b}{c^3}} + \sqrt{\frac{b}{c}}$

5. Racionaliza los denominadores y simplifica:

a)  $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$  ; b)  $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$  ; c)  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$  ; d)  $\frac{3}{3+\sqrt{3}}$  ; e)  $\frac{\sqrt{72}+3\sqrt{32}-\sqrt{8}}{\sqrt{8}}$  ; f)  $\frac{11}{2\sqrt{5}+3}$  ; g)  $\frac{4\sqrt{15}-2\sqrt{21}}{2\sqrt{5}-\sqrt{7}}$  ;  
h)  $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$  ; i)  $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}}$  ; j)  $\frac{1}{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}$  ; k)  $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$  ; l)  $\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}+2}$  ; m)  $\frac{2\sqrt{8x}+\sqrt{128x}-\sqrt{72x}}{2\sqrt{2x}}$

6. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:

a)  $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}+2)$  ; b)  $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$  ; c)  $\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$  ; d)  $(2-\sqrt{5})(3+2\sqrt{5})$  ; e)  $(1-\sqrt{2})^3$  ;  
f)  $(1-\sqrt{3})\left(\frac{1+\sqrt{3}}{-2}\right)$  ; g)  $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-1)$  ; h)  $(\sqrt{5}-\sqrt{6})(\sqrt{5}+\sqrt{6})$  ; i)  $(\sqrt{6}+\sqrt{5})2\sqrt{2}$  ;  
j)  $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2$  ; k)  $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)\sqrt{3}$  ; l)  $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$  ; m)  $5\sqrt{a} + \sqrt{16a} - 3\sqrt{a - \frac{16a}{25}}$

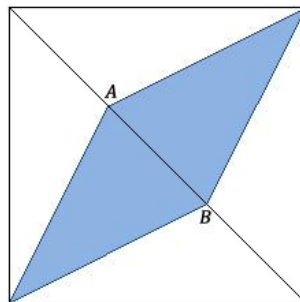
7. Si  $\sqrt{2} \cong 1,414$ , ¿puedes calcular el valor aproximado de  $\frac{6}{\sqrt{2}}$  sin calculadora?

8. Racionaliza denominadores, efectúa las operaciones y simplifica:

a)  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$  ; b)  $\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$  ; c)  $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$  ; d)  $\frac{(\sqrt{2}-1)(1-\sqrt{2})}{\sqrt{2}+2}$  ;  
 e)  $\frac{7}{3-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}$  ; f)  $\frac{5}{\sqrt{6}} + \frac{2}{\sqrt{6}+3\sqrt{2}} - \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  ; g)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}}}$  ; h)  $\frac{\sqrt{1-x} + \frac{1}{\sqrt{1+x}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}$

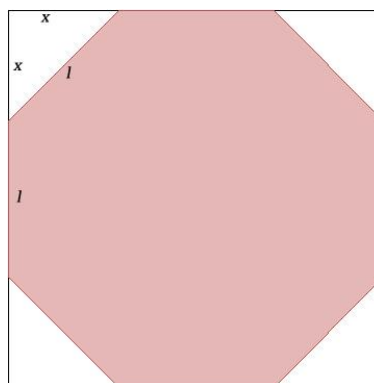
9. Comprueba que  $\sqrt{6+\sqrt{27}} \cdot \sqrt{6-\sqrt{27}}$  es un número entero.

10. Los puntos  $A$  y  $B$  dividen a la diagonal del cuadrado en tres partes iguales.



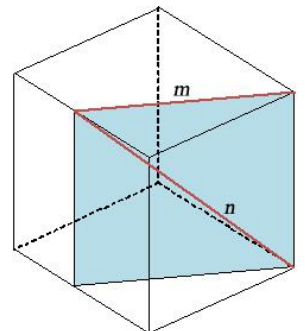
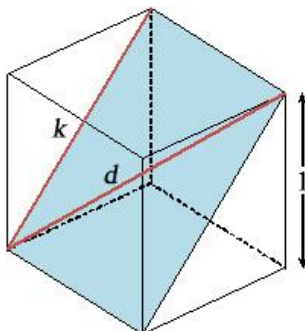
Si el área del cuadrado es de  $36 \text{ cm}^2$ , ¿cuánto medirá el lado del rombo? Da el **valor exacto**.

11. En un cuadrado de  $10 \text{ cm}$  de lado, recortamos en cada esquina un triángulo rectángulo isósceles de forma que obtenemos un octógono regular.



Halla la **medida exacta** del lado del octógono y calcula su área.

12. Supongamos que tenemos un cubo de arista  $1$ , tal y como se indica en la figura de la izquierda.



La diagonal de una cara,  $k = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ , y la diagonal del cubo  $d = \sqrt{1^2 + \sqrt{2}^2} = \sqrt{3}$ , son números irracionales. Averigua si son racionales o irracionales las distancias  $m$  y  $n$  señaladas en la figura de la derecha.

## Soluciones

1. Simplifica las siguientes expresiones con radicales, extrayendo factores del radical en los casos que sea posible:

a)  $2\sqrt[3]{3}$  ; b)  $\sqrt{3}$  ; c)  $-3\sqrt[3]{4}$  ; d)  $\sqrt[4]{4y} = \sqrt{2}\sqrt[4]{y}$  ; e)  $\frac{3}{2\sqrt{2}}$  ; f)  $6a\sqrt{2a}$  ;  
g)  $x^2y^3$  ; h)  $\frac{5a}{4}\sqrt{\frac{5}{b}}$  ; i)  $\frac{4}{a\sqrt{a}}$  ; j)  $\frac{\sqrt{13}}{6}$  ; k)  $\frac{5\sqrt{a}}{12}$  ; l)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  ; m)  $\frac{\sqrt{2}y}{x}$

2. Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a)  $\sqrt[4]{4} = \sqrt{2} < \sqrt[3]{3}$  ; b)  $\sqrt[3]{4} < \sqrt{6}$  ; c)  $\sqrt[4]{6} < \sqrt[5]{10}$  ; d)  $\sqrt[3]{9} < \sqrt[6]{100} < \sqrt[4]{72}$

3. Efectúa y simplifica. Extrae factores, si es posible:

a)  $\sqrt[6]{32}$  ; b) 1 ; c)  $180\sqrt{2}$  ; d)  $\frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$  ; e)  $\frac{1}{2}$  ; f)  $4\sqrt{2}$  ; g)  $a^{20}\sqrt{a}$  ; h)  $\sqrt[6]{a^5}$  ; i)  $\frac{1}{4}$  ; j)  $\sqrt[6]{2}$  ;

k)  $\sqrt[12]{128}$  ; l)  $\sqrt[6]{3}$  ; m)  $\sqrt[3]{4}$  ; n)  $\sqrt[8]{128}$  ; ñ)  $\sqrt[30]{2^5 \cdot 3^{16}} = \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[15]{3^8}$  ; o)  $\sqrt[30]{2^{17}}$  ; p)  $\sqrt[12]{\frac{3^4}{2^7}} = \sqrt[12]{\frac{81}{128}}$  ;

q)  $15b$  ; r)  $\sqrt[9]{5}$  ; s)  $\sqrt[9]{\frac{9}{4}}$  ; t)  $\sqrt[12]{a^3b^7}$

4. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a)  $35\sqrt{5}$  ; b)  $-20\sqrt[3]{2}$  ; c)  $2\sqrt{5} + \sqrt{6}$  ; d)  $7\sqrt[3]{2}$  ; e)  $-\frac{53}{45}\sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{-53\sqrt{10}}{225}$  ;  
f)  $\frac{3\sqrt{5}}{8}$  ; g)  $\frac{17\sqrt{7}}{40}$  ; h)  $\frac{106-5a}{5}\sqrt[3]{3a}$  ; i)  $(x+2y+3z^2)\sqrt[3]{3}$  ; j)  $\frac{a^2-2ac+c^2}{c^2}\sqrt{\frac{b}{c}}$

5. Racionaliza los denominadores y simplifica:

a)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  ; b)  $\sqrt[3]{4}$  ; c)  $\frac{2-\sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$  ; d)  $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$  ; e) 8 ; f)  $2\sqrt{5}-3$  ; g)  $2\sqrt{3}$  ;  
h)  $\frac{\sqrt{6}-1}{3}$  ; i)  $\frac{6+\sqrt{6}}{6} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{6}$  ; j)  $\frac{-\sqrt{5}-\sqrt{3}}{4}$  ; k)  $3\sqrt{5}+6$  ; l)  $\sqrt{2}$  ; m) 3

6. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:

a)  $5+3\sqrt{3}$  ; b) -1 ; c)  $\frac{11}{4} + \sqrt{6}$  ; d)  $-4 + \sqrt{5}$  ; e)  $7-5\sqrt{2}$  ; f) 1 ; g)  $\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$  ;

h) -1 ; i)  $4\sqrt{3} + 2\sqrt{10}$  ; j)  $38-12\sqrt{10}$  ; k)  $\sqrt{3}$  ; l)  $4\sqrt{6}$  ; m)  $\frac{36\sqrt{a}}{5}$

7. 4,242

8. Racionaliza denominadores, efectúa las operaciones y simplifica:

a) 2 ; b)  $\sqrt{3} + 5\sqrt{2}$  ; c)  $-2\sqrt{35}$  ; d)  $\frac{7\sqrt{2}}{2} - 5$  ; e) 5 ; f)  $\frac{3\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{6}}{3}$  ; g)  $\frac{3}{4}$  ; h)  $\sqrt{1-x}$

9. El número entero es 3.

10.  $2\sqrt{5}$  cm.

11. Lado del octógono:  $10\sqrt{2}-10 = 10(\sqrt{2}-1)$  cm. Área del octógono  $200\sqrt{2}-200 = 200(\sqrt{2}-1)$  cm<sup>2</sup>.

12.  $m$  es irracional y su valor es  $m = \frac{\sqrt{5}}{2}$ .  $n$  es racional y su valor es  $n = \frac{3}{2}$ .