1. Clasifica cada número en el conjunto "más pequeño" al que pertenezca ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, o a ninguno de ellos). Razona tu respuesta en aquellos casos que sea necesario.

   a) $7,2343$; b) $\sqrt[4]{16}$; c) $-\dfrac{42}{14}$; d) $-12,1011001110001111 0000\ldots$; e) $\sqrt{625}$; f) $\sqrt[5]{-5}$; g) $\dfrac{4}{12}$; h) 5 ; i) -7 ; j) $0,23$; k) $\dfrac{5}{4}$; l) $\sqrt{\dfrac{18}{2}}$; m) $-\sqrt{3}$; n) $\sqrt[3]{-5}$; ñ) $\dfrac{\pi}{2}$; o) $4,\widehat{7}$; p) $\sqrt{-4}$; q) $\sqrt[3]{-\dfrac{64}{27}}$; r) $\log_7 343$; s) $81^{\frac{1}{4}}$; t) $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$

2. Supongamos a, b, c, d números reales cumpliendo que $b \neq 0$, $d \neq 0$, $b \neq -d$, $c \neq d$ (esto es para asegurar que los denominadores no se anulan). Suponiendo que $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, prueba que son ciertas las siguientes igualdades:

   a) $\dfrac{a+c}{b+d} = \dfrac{a}{b}$; b) $\dfrac{a+b}{b} = \dfrac{c+d}{d}$; c) $\dfrac{a-b}{c-d} = \dfrac{b}{d}$

3. Expresa como fracción cada decimal y realiza posteriormente la operación:

   $$0,12 - 5,\widehat{6} - 0,2\widehat{3} + 3,1$$

4. ¿Es verdadero o falso que $12,\widehat{9} = 13$? Justifica tu respuesta.

5. Comprueba que el producto $4,0\widehat{9} \cdot 1,3\widehat{9}$ es un decimal exacto.

6. Calcula: a) $\sqrt{1,\widehat{7}}$; b) $\sqrt{\dfrac{1,\widehat{3}}{3}}$

7. Si $n \neq 0$ es un número natural, determina para qué valores de n estos números pertenecen a $\mathbb{Z}$:

   a) $\dfrac{n}{2}$; b) $\dfrac{3}{n}$; c) $n-5$; d) $n+\dfrac{1}{2}$; e) $\sqrt{n}$

8. Si $n \in \mathbb{N}$ y $n > 1$, ordena de menor a mayor los siguientes números:

   $$\frac{1}{n+1} \,,\; n \,,\; \frac{1}{n} \,,\; -\frac{1}{n} \,,\; \frac{1}{-n-1}$$

9. Sea a un número real. Ordena de menor a mayor los números a, a^2, $\dfrac{1}{a}$ y $\sqrt{a}$ en los dos casos siguientes:

   a) Si $a > 1$; b) Si $0 < a < 1$

10. Calcula el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 20 cm de diámetro. ¿El resultado es un número racional o irracional?

11. Calcula la altura y el área de un triángulo equilátero cuyo lado mide 1 m. ¿Ambos números son racionales o irracionales?

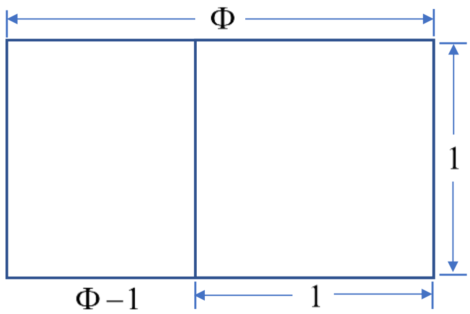
12. Expresa los siguientes conjuntos mediante intervalos:

    a) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 8\}$; b) $\{x \in \mathbb{R} : 4 \leq x \leq 12\}$; c) $\{x \in \mathbb{R} : 1 < x\}$; d) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 5\}$; e) $\left\{x \in \mathbb{R} : x > \dfrac{1}{2}\right\}$

13. Representa gráficamente los siguientes conjuntos y expresa también el resultado en forma de intervalo:

    a) $(0,4) \cup (-1,3]$; b) $(5,+\infty) \cap (4,7)$; c) $(-4,8) \cap (1,+\infty)$;
    d) $(-\infty,6] \cap (-2,8]$; e) $[-1,1) \cup (0,3]$

14. Obtén el valor exacto de Φ, teniendo en cuenta que el rectángulo de dimensiones $\Phi : 1$ es semejante al rectángulo que resulta de suprimirle al rectángulo anterior un cuadrado de lado 1, tal y como se indica en la figura de la derecha. Recuerda que dos figuras son semejantes cuando lados homólogos son proporcionales. Al número Φ se le llama *número de oro, razón áurea* o *divina proporción*.



Soluciones

1. Clasifica cada número en el conjunto "más pequeño" al que pertenezca ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, o a ninguno de ellos). Razona tu respuesta en aquellos casos que sea necesario.

   a) $\mathbb{Q}$; b) $\mathbb{N}$; c) $\mathbb{Z}$; d) A ninguno de ellos, es irracional ; e) $\mathbb{N}$; f) A ninguno de ellos, es irracional ; g) $\mathbb{Q}$; h) $\mathbb{N}$; i) $\mathbb{Z}$; j) $\mathbb{Q}$; k) $\mathbb{Q}$; l) $\mathbb{N}$; m) A ninguno de ellos, es irracional ; n) A ninguno de ellos, es irracional ; ñ) A ninguno de ellos, es irracional ; o) $\mathbb{Q}$; p) No es un número real pues no existe ningún número real cuyo cuadrado sea igual a -4 ; q) $\mathbb{Q}$; r) $\mathbb{N}$; s) $\mathbb{N}$; t) $\mathbb{N}$.

2. Supongamos a, b, c, d números reales cumpliendo que $b \neq 0$, $d \neq 0$, $b \neq -d$, $c \neq d$ (esto es para asegurar que los denominadores no se anulan). Suponiendo que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, prueba que son ciertas las siguientes igualdades:

   a) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \Rightarrow ad + dc = bc + dc \Rightarrow (a+c)d = (b+d)c \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d} = \frac{a}{b}$.

   b) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \Rightarrow ad + bd = bc + bd \Rightarrow (a+b)d = (c+d)d \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

   c) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \Rightarrow ad - bd = bc - bd \Rightarrow (a-b)d = (c-d)b \Rightarrow \frac{a-b}{c-d} = \frac{b}{d}$.

3. Expresa como fracción cada decimal y realiza posteriormente la operación:

$$0{,}12 - 5{,}\widehat{6} - 0{,}2\widehat{3} + 3{,}1$$

4. ¿Es verdadero o falso que $12{,}\widehat{9} = 13$? Justifica tu respuesta.

5. Comprueba que el producto $4{,}0\widehat{9} \cdot 1{,}3\widehat{9}$ es un decimal exacto.

6. Calcula: a) $\sqrt{1{,}\widehat{7}}$; b) $\sqrt{\frac{1{,}\widehat{3}}{3}}$

7. Si $n \neq 0$ es un número natural, determina para qué valores de n estos números pertenecen a $\mathbb{Z}$:

   a) $\frac{n}{2}$; b) $\frac{3}{n}$; c) $n-5$; d) $n+\frac{1}{2}$; e) $\sqrt{n}$

8. Si $n \in \mathbb{N}$ y $n > 1$, ordena de menor a mayor los siguientes números:

$$\frac{1}{n+1}, \ n, \ \frac{1}{n}, \ -\frac{1}{n}, \ \frac{1}{-n-1}$$

9. Sea a un número real. Ordena de menor a mayor los números a, a^2, $\frac{1}{a}$ y $\sqrt{a}$ en los dos casos siguientes:

   a) Si $a > 1$; b) Si $0 < a < 1$

10. Calcula el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 20 cm de diámetro. ¿El resultado es un número racional o irracional?

11. Calcula la altura y el área de un triángulo equilátero cuyo lado mide 1 m. ¿Ambos números son racionales o irracionales?

12. Expresa los siguientes conjuntos mediante intervalos:

    a) $\{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 8\}$; b) $\{x \in \mathbb{R} : 4 \leq x \leq 12\}$; c) $\{x \in \mathbb{R} : 1 < x\}$; d) $\{x \in \mathbb{R} : x \leq 5\}$; e) $\left\{x \in \mathbb{R} : x > \frac{1}{2}\right\}$

13. Representa gráficamente los siguientes conjuntos y expresa también el resultado en forma de intervalo:

a) $(0,4)\cup(-1,3]$; b) $(5,+\infty)\cap(4,7)$; c) $(-4,8)\cap(1,+\infty)$;
d) $(-\infty,6]\cap(-2,8]$; e) $[-1,1)\cup(0,3]$

14. Obtén el valor exacto de Φ, teniendo en cuenta que el rectángulo de dimensiones $\Phi:1$ es semejante al rectángulo que resulta de suprimirle al rectángulo anterior un cuadrado de lado 1, tal y como se indica en la figura de la derecha. Recuerda que dos figuras son semejantes cuando lados homólogos son proporcionales. Al número Φ se le llama *número de oro*, *razón áurea* o *divina proporción*.