Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas de inecuaciones, y escribe la solución de ellas utilizando intervalos. **(5 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $3x-\frac{1-2x}{4}<\frac{x-1}{2}+1$

b) $\frac{x-2}{5}-\frac{2}{3}(x+2)>-4-\frac{x-1}{6}$

c) $2x^2-3x+2\leq\frac{(x-1)^2}{2}+1$

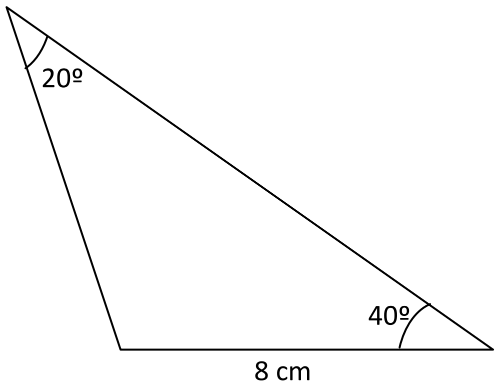
d) $\frac{x^2-x-6}{x^2+3x-4}>0$

e) $\left.\begin{array}{l}\frac{x-4}{2}+\frac{x+2}{3}\leq 2\\ \frac{x}{3}-\frac{x}{2}\leq 1\end{array}\right\}$

2. Calcula el seno y el coseno del ángulo α sabiendo que $\operatorname{tg}\alpha=2{,}5$ y que el ángulo α se encuentra en el tercer cuadrante. **(1 punto)**

3. La distancia entre dos edificios de tejado plano es de 60 metros. Desde la azotea del menor de los edificios, cuya altura es de 40 metros, se observa la azotea del otro con un ángulo de elevación de 40º. ¿Cuál es la altura del edificio más alto? (Realiza un dibujo representando la situación). **(2 puntos)**

4. Calcula el área del siguiente triángulo. **(2 puntos)**



Soluciones:

1. a) $3x-\frac{1-2x}{4}<\frac{x-1}{2}+1$ (multiplicando todos los términos por 4) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 12x-(1-2x)<2(x-1)+4\Rightarrow 12x-1+2x<2x-2+4\Rightarrow 12x<3\Rightarrow x<\frac{3}{12}=\frac{1}{4}.$$

Solución en forma de intervalo: $\left(-\infty,\ \frac{1}{4}\right)$.

b) $\frac{x-2}{5}-\frac{2}{3}(x+2)>-4-\frac{x-1}{6}\Rightarrow$ (multiplicando todos los términos por 30) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 6(x-2)-20(x+2)>-120-5(x-1)\Rightarrow 6x-12-20x-40>-120-5x+5\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -14x-52>-5x-115\Rightarrow -9x>-63\Rightarrow x<\frac{-63}{-9}\Rightarrow x<7$$

Solución en forma de intervalo: $(-\infty,\ 7)$.

c) $2x^2-3x+2\leq\frac{(x-1)^2}{2}+1\Rightarrow 2x^2-3x+2\leq\frac{x^2-2x+1}{2}+1\Rightarrow$

$$\Rightarrow 4x^2-6x+4\leq x^2-2x+1+2\Rightarrow 3x^2-4x+1\leq 0$$

Las soluciones de $3x^2-4x+1=0$ son: $x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{6}=\frac{4\pm\sqrt{4}}{6}=\frac{4\pm 2}{6}=\begin{cases} x_1=\frac{6}{6}=1 \\ x_2=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\end{cases}$

Entonces, estudiando el signo de $3x^2-4x+1$ en cada trozo, tenemos:

$\left(-\infty,\ \frac{1}{3}\right)$	$\left(\frac{1}{3},\ 1\right)$	$(1,\ +\infty)$
+	–	+

Por tanto la solución es: $\left[\frac{1}{3},\ 1\right]$.

d) $\frac{x^2-x-6}{x^2+3x-4}>0\ \Rightarrow$ (factorizando ambos polinomios) $\Rightarrow\ \frac{(x+2)(x-3)}{(x-1)(x+4)}>0$. Las raíces son, ordenadas de mayor a menor: -4, -2, 1, 3. Entonces:

$(-\infty,\ -4)$	$(-4,\ -2)$	$(-2,\ 1)$	$(1,\ 3)$	$(3,\ +\infty)$
+	–	+	–	+

Por tanto la solución es: $(-\infty,\ -4)\cup(-2,\ 1)\cup(3,\ +\infty)$.

e) $$\left.\begin{array}{l}\dfrac{x-4}{2}+\dfrac{x+2}{3}\le 2\\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{x}{2}\le 1\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}3x-12+2x+4\le 12\\ 2x-3x\le 6\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{r}5x\le 20\\ -x\le 6\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x\le 4\\ x\ge -6\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x\in(-\infty,\ 4]\\ x\in[-6,\ +\infty)\end{array}\right\}$$

Entonces la solución del sistema es la solución común: $[-6,\ 4]$.

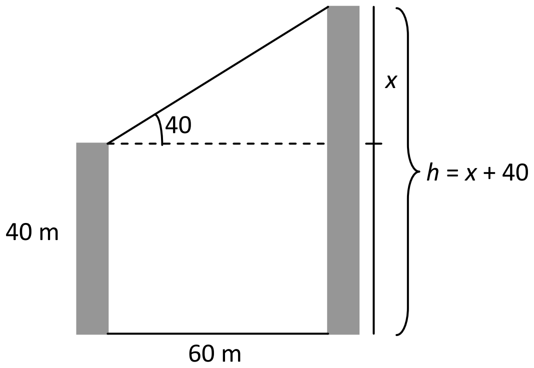
2. Como $\operatorname{tg}\alpha=\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\Rightarrow 2,5=\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}\Rightarrow 2,5\cos\alpha=\operatorname{sen}\alpha$. Utilizando la fórmula fundamental de la trigonometría:

$$\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Rightarrow(2,5\cos\alpha)^2+\cos^2\alpha=1\Rightarrow 6,25\cos^2\alpha+\cos^2\alpha=1\Rightarrow$$

$\Rightarrow 7,25\cos^2\alpha=1\Rightarrow\cos^2\alpha\cong 0,138\Rightarrow\cos\alpha\cong\sqrt{0,138}\Rightarrow\cos\alpha\cong -0,371$ (tomamos la solución negativa pues α se encuentra en el segundo cuadrante). Por otro lado:

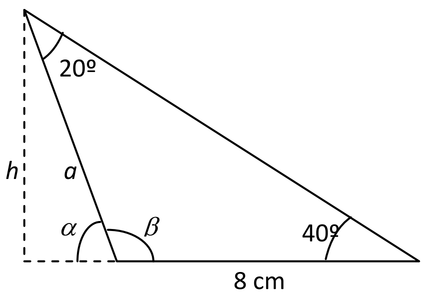
$$\operatorname{sen}\alpha=2,5\cos\alpha\Rightarrow\operatorname{sen}\alpha\cong 2,5(-0,371)=-0,928.$$

3. Observando el gráfico tenemos que $\operatorname{tg}40^{\circ}=\dfrac{x}{60}\Rightarrow x=60\cdot\operatorname{tg}40^{\circ}\Rightarrow x\cong 50,346$ m.



Entonces la altura del edificio más alto es $h=x+40=50,346+40=90,346$ m.

4. Observemos el dibujo. Es claro que $\beta=180-40-20=120^{\circ}$. Por tanto $\alpha=60^{\circ}$. Por el teorema del seno:



$$\frac{a}{\operatorname{sen}40}=\frac{8}{\operatorname{sen}20}\Rightarrow a=\operatorname{sen}40\frac{8}{\operatorname{sen}20}\Rightarrow a\cong 15,035\text{ cm}.$$

Entonces $\operatorname{sen}\alpha=\dfrac{h}{a}\Rightarrow\operatorname{sen}120=\dfrac{h}{15,035}\Rightarrow h=15,035\cdot\operatorname{sen}120\Rightarrow h\cong 13,02$ cm. Así pues el área del triángulo es: $A=\dfrac{8\cdot 13,02}{2}=52,08\ \text{cm}^2$.