Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resolver las siguientes operaciones con fracciones, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado. **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}:\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{8}+1\right)=$ b) $\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{9}}{2+\frac{1}{3}\cdot\left(2-\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{5}\right)}=$ c) $\dfrac{\left(\frac{1}{5}+2-\frac{1}{3}\right):\frac{1}{5}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\left(2-\frac{1}{3}:\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{3}{2}}=$

2. De todas mis vacaciones de verano, $\frac{2}{3}$ las paso en mi pueblo. Una vez allí, $\frac{1}{5}$ del tiempo estoy en la piscina.

a) ¿Qué fracción de mis vacaciones estoy en la piscina? **(0,5 puntos)**

b) Si tengo 90 días de vacaciones, ¿cuántos días paso en la piscina? **(0,5 puntos)**

3. Simplifica al máximo las siguientes expresiones con potencias de exponente entero, descomponiendo previamente en producto de primos, si fuera necesario, los factores que no sean primos. **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $\dfrac{\left(2^2\right)^2\cdot 2^{-2}\cdot\left(3^2\right)^3\cdot 3\cdot\left(3^2\right)^{-2}}{12\cdot 3^3\cdot 2^{-1}\cdot 3^{-3}}=$ b) $\dfrac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{2}{25}\right)^{-1}}{5\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{2}}=$

c) $\dfrac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{3}}{\left(\frac{25}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\cdot 2^{-7}}=$

4. Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en notación científica **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) $41{,}3\cdot 10^6-32{,}5\cdot 10^3=$ b) $2{,}3\cdot 10^{-5}+3{,}1\cdot 10^{-3}=$

5. Opera y deja el resultado en forma de una sola raíz, extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): **(2 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

a) $\dfrac{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}}=$ b) $\sqrt{16\sqrt[5]{64}}=$

c) $\sqrt{2}\left(\sqrt[4]{2}\sqrt[3]{4}\right)^3=$ d) $\sqrt{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}}=$

Soluciones:

1. a) $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\div\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{8}+1\right)=\frac{3}{2}-\frac{4}{6}\div\left(\frac{4}{3}-\frac{30}{24}+1\right)=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\div\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{4}+1\right)=$

$$=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\div\left(\frac{16}{12}-\frac{15}{12}+\frac{12}{12}\right)=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\div\frac{13}{12}=\frac{3}{2}-\frac{24}{39}=\frac{3}{2}-\frac{8}{13}=\frac{39}{26}-\frac{16}{26}=\frac{23}{26}$$

b) $$\frac{\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{9}}{2+\frac{1}{3}\cdot\left(2-\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{5}\right)}=\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{6}{36}}{2+\frac{1}{3}\cdot\left(2-\frac{6}{15}\right)}=\frac{\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{6}}{2+\frac{1}{3}\cdot\left(2-\frac{2}{5}\right)}=\frac{\frac{3}{12}+\frac{6}{12}+\frac{2}{12}}{2+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{10}{5}-\frac{2}{5}\right)}=$$

$$=\frac{\frac{11}{12}}{2+\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{5}}=\frac{\frac{11}{12}}{2+\frac{8}{15}}=\frac{\frac{11}{12}}{\frac{30}{15}+\frac{8}{15}}=\frac{\frac{11}{12}}{\frac{38}{15}}=\frac{165}{456}=\frac{55}{152}$$

c) $$\frac{\left(\frac{1}{5}+2-\frac{1}{3}\right)\div\frac{1}{5}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\left(2-\frac{1}{3}\div\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{3}{2}}=\frac{\left(\frac{3}{15}+\frac{30}{15}-\frac{5}{15}\right)\div\frac{1}{5}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\left(2-\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{3}{2}}=\frac{\frac{28}{15}\div\frac{1}{5}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\left(\frac{6}{3}-\frac{5}{3}\right)\cdot\frac{3}{2}}=\frac{\frac{140}{15}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}}=$$

$$=\frac{\frac{28}{3}+\frac{3}{2}}{\frac{1}{5}+\frac{3}{6}}=\frac{\frac{56}{6}+\frac{9}{6}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{2}}=\frac{\frac{65}{6}}{\frac{2}{10}+\frac{5}{10}}=\frac{\frac{65}{6}}{\frac{7}{10}}=\frac{650}{42}=\frac{325}{21}$$

2. a) Estoy en la piscina $\frac{1}{5}$ de los $\frac{2}{3}$ de las vacaciones. Por tanto la fracción de mis vacaciones que estoy en la piscina es: $\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{15}$

b) $\frac{2}{15}$ de 90 días, o sea $\frac{2}{15}\cdot 90=\frac{180}{15}=12$ días

3. a) $$\frac{\left(2^2\right)^2\cdot 2^{-2}\cdot\left(3^2\right)^3\cdot 3\cdot\left(3^2\right)^{-2}}{12\cdot 3^3\cdot 2^{-1}\cdot 3^{-3}}=\frac{2^4\cdot 2^{-2}\cdot 3^6\cdot 3\cdot 3^{-4}}{2^2\cdot 3\cdot 3^3\cdot 2^{-1}\cdot 3^{-3}}=\frac{2^2\cdot 3^3}{2\cdot 3}=2\cdot 3^2=18$$

b) $$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{2}{25}\right)^{-1}}{5\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{2}}=\frac{\left(\frac{2}{1}\right)^{2}\cdot\frac{25}{2}}{5\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{1}\right)^{1}\cdot\frac{1}{5^2}}=\frac{\frac{2^2}{1^2}\cdot\frac{5^2}{2}}{5\cdot\frac{5^2}{3^2}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{1^2}{5^2}}=\frac{\frac{2^2\cdot 5^2}{2}}{\frac{5^3\cdot 3}{3^2\cdot 5^2}}=$$

$$=\frac{2^2\cdot 5^2\cdot 3^2\cdot 5^2}{2\cdot 5^3\cdot 3}=\frac{2^2\cdot 5^4\cdot 3^2}{2\cdot 5^3\cdot 3}=2\cdot 5\cdot 3=30$$

c) $$\frac{\left(\frac{4}{9}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{3}}{\left(\frac{25}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\cdot 2^{-7}}=\frac{\frac{9}{4}\cdot\frac{5^3}{4^3}}{\frac{25^2}{3^2}\cdot\left(\frac{3}{1}\right)^{3}\cdot\frac{1}{2^7}}=\frac{\frac{3^2}{2^2}\cdot\frac{5^3}{\left(2^2\right)^3}}{\frac{\left(5^2\right)^2}{3^2}\cdot\frac{3^3}{1^3}\cdot\frac{1}{2^7}}=\frac{\frac{3^2}{2^2}\cdot\frac{5^3}{2^6}}{\frac{5^4}{3^2}\cdot\frac{3^3}{1^3}\cdot\frac{1}{2^7}}=\frac{\frac{3^2\cdot 5^3}{2^8}}{\frac{5^4\cdot 3^3}{3^2\cdot 2^7}}=$$

$$=\frac{3^2\cdot 5^3\cdot 3^2\cdot 2^7}{2^8\cdot 5^4\cdot 3^3}=\frac{3^4\cdot 5^3\cdot 2^7}{2^8\cdot 5^4\cdot 3^3}=3\cdot 5^{-1}\cdot 2^{-1}=\frac{3}{5\cdot 2}=\frac{3}{10}$$

4. a) $$41{,}3\cdot 10^6-32{,}5\cdot 10^3=41{,}3\cdot 10^6-\frac{32{,}5}{10^3}\cdot 10^3\cdot 10^3=41{,}3\cdot 10^6-0{,}0325\cdot 10^6=$$

$$=\left(41{,}3-0{,}0325\right)10^6=41{,}2675\cdot 10^6=4{,}12675\cdot 10^7$$

b) $$2{,}3\cdot 10^{-5}+3{,}1\cdot 10^{-3}=\frac{2{,}3}{10^2}\cdot 10^{-5}\cdot 10^2+3{,}1\cdot 10^{-3}=0{,}023\cdot 10^{-3}+3{,}1\cdot 10^{-3}=$$

$$=\left(0{,}023+3{,}1\right)10^{-3}=3{,}123\cdot 10^{-3}$$

5. a) $$\frac{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{125}}{\sqrt[4]{25}}=\frac{\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{5^3}}{\sqrt[4]{5^2}}=\frac{\sqrt[12]{5^4}\cdot\sqrt[12]{5^{18}}}{\sqrt[12]{5^6}}=\frac{\sqrt[12]{5^{22}}}{\sqrt[12]{5^6}}=\sqrt[12]{5^{16}}=5\sqrt[12]{5^4}=5\sqrt[3]{5}$$

b) $$\sqrt{16\sqrt[5]{64}}=\sqrt{2^4\sqrt[5]{2^6}}=\sqrt{\sqrt[5]{2^6\left(2^4\right)^5}}=\sqrt[10]{2^{26}}=2^2\sqrt[10]{2^6}=2^2\sqrt[5]{2^3}=4\sqrt[5]{8}$$

c) $$\sqrt{2}\left(\sqrt[4]{2}\sqrt[3]{4}\right)^3=\sqrt{2}\left(\sqrt[4]{2}\sqrt[3]{2^2}\right)^3=\sqrt{2}\sqrt[4]{2^3}\sqrt[3]{2^6}=\sqrt[12]{2^6}\sqrt[12]{2^9}\sqrt[12]{2^{24}}=\sqrt[12]{2^{39}}=$$

$$=2^3\sqrt[12]{2^3}=8\sqrt[4]{2}$$

d) $$\sqrt{\sqrt[3]{2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}}=\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2\cdot 2^2}}\cdot\sqrt{2}}=\sqrt{\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt{2}}=\sqrt{\sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{2^3}}=\sqrt{\sqrt[6]{2^6}}=\sqrt{2}$$