

Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Resolver las siguientes operaciones con fracciones, simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado.

$$\text{a) } \frac{\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{24}\right) - \left(\frac{2}{30} - \frac{1}{4} + \frac{3}{9}\right)}{\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{10}\right) : \frac{5}{3} - \frac{4}{16} \left(3 - \frac{5}{3}\right)} = \text{(0,5 puntos)}$$
$$\text{b) } \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - 3\right) + \frac{29}{6} : 5}{1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}} : \left(2 - \frac{28}{19}\right)} = \text{(1 punto)}$$

2. Realiza la siguiente operación, pasando previamente cada número decimal a su fracción generatriz:
 $0,\widehat{6} + 1,3\widehat{8} \cdot 0,72$ (1 punto)

3. Realiza las siguientes operaciones, aplicando siempre las propiedades de las potencias, y simplifica el resultado todo lo posible (*se puede dejar el resultado en forma de potencia*). (2 puntos; 1 punto por apartado)

$$\text{a) } \frac{81^{-1} \cdot 2^{-4} \cdot 18^3 \cdot 4^{-1}}{6^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot 9^3 \cdot 3^3} =$$
$$\text{b) } \frac{2^3 \cdot (-3)^{-5} \cdot 18^2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}{(-2)^2 \cdot 2^{-3} \cdot (-3)^3 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}} =$$

4. Opera y simplifica extrayendo factores siempre que sea posible (recuerda que has de factorizar los números que no sean primos): (2 puntos; 1 punto por apartado)

$$\text{a) } \sqrt{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3\sqrt{27}}} =$$
$$\text{b) } \frac{2}{3} \sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{2} - \frac{2}{3} \sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{\frac{2}{27}} =$$

5. Racionalizar y simplificar: (1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado)

$$\text{a) } \frac{3}{2\sqrt{3}} =$$
$$\text{b) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{9}} =$$
$$\text{c) } \frac{3\sqrt{2} - 4}{3\sqrt{2} + 4} =$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones: (2 puntos; 1 punto por apartado)

$$\text{a) } \frac{3(x-2)}{4} - \frac{2(x-3)}{3} = \frac{x}{6} - \frac{3x-6}{4}$$
$$\text{b) } \left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 - x = (3x-4)(3x+4) - 12$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{24}\right) - \left(\frac{2}{30} - \frac{1}{4} + \frac{3}{9}\right) = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right) - \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) \\ \text{a) } & \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{10}\right) : \frac{5}{3} - \frac{4}{16} \left(3 - \frac{5}{3}\right)}{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \left(3 - \frac{5}{3}\right)} = \\ & \frac{\left(\frac{36}{60} - \frac{10}{60} + \frac{5}{60}\right) - \left(\frac{4}{60} - \frac{15}{60} + \frac{20}{60}\right)}{\left(\frac{2}{6} - \frac{3}{6}\right) : \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \left(\frac{9}{3} - \frac{5}{3}\right)} = \frac{\frac{31}{60} - \frac{9}{60}}{\frac{-1}{6} : \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3}} = \\ & = \frac{\frac{22}{60}}{\frac{-3}{30} - \frac{4}{12}} = \frac{\frac{11}{30}}{\frac{-1}{10} - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{11}{30}}{\frac{-3}{30} - \frac{10}{30}} = \frac{\frac{11}{30}}{\frac{-13}{30}} = \frac{11 \cdot 30}{-13 \cdot 30} = \underline{\underline{-\frac{11}{13}}} \\ \text{b) } & \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} - 3\right) + \frac{29}{6} : 5}{1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}} : \left(2 - \frac{28}{19}\right)} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{10}{15} - \frac{9}{15} - \frac{45}{15}\right) + \frac{29}{30}}{1 + \frac{2}{\frac{15}{5} + \frac{4}{5}} : \left(\frac{38}{19} - \frac{28}{19}\right)} = \\ & = \frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{-44}{15} + \frac{29}{30}}{1 + \frac{2}{\frac{19}{5}} : \frac{10}{19}} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{44}{30} + \frac{29}{30}}{1 + \frac{10}{19} : \frac{10}{19}} = \frac{\frac{45}{30} - \frac{44}{30} + \frac{29}{30}}{1 + \frac{190}{190}} = \\ & = \frac{\frac{30}{30}}{1 + 1} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad 0.\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}; \quad 1.\overline{38} = \frac{125}{90} = \frac{25}{18}; \quad 0.\overline{72} = \frac{72}{100} = \frac{18}{25}$$

Entonces: $0.\overline{6} + 1.\overline{38} \cdot 0.\overline{72} = \frac{2}{3} + \frac{25}{18} \cdot \frac{18}{25} = \frac{2}{3} + 1 = \underline{\underline{\frac{5}{3}}}$

$$\textcircled{3} \quad \text{a) } \frac{81^{-1} \cdot 2^{-4} \cdot 18^3 \cdot 4^{-1}}{6^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot 9^3 \cdot 3^3} = \frac{(3^4)^{-1} \cdot 2^{-4} \cdot (2 \cdot 3^2)^3 \cdot (2^2)^{-1}}{(2 \cdot 3)^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot (3^2)^3 \cdot 3^3} =$$

$$= \frac{3^{-4} \cdot 2^{-4} \cdot 2^3 \cdot 3^6 \cdot 2^{-2}}{2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 3^{-2} \cdot 3^6 \cdot 3^3} = \frac{2^{-3} \cdot 3^2}{2^{-3} \cdot 3^4} = 2^0 \cdot 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \underline{\underline{\frac{1}{9}}}$$

$$\text{b) } \frac{2^3 (-3)^5 \cdot 18^2 \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}{(-2)^2 \cdot 2^{-3} (-3)^3 \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}} = \frac{-2^3 \cdot \frac{1}{3^5} \cdot (2 \cdot 3^2)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2}{-2^2 \cdot \frac{1}{2^3} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3} =$$

$$= \frac{\frac{2^3 \cdot 2^2 \cdot 3^4 \cdot 2^2}{3^5 \cdot 3^2}}{\frac{2^2 \cdot 3^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3}} = \frac{2^7 \cdot 3^{-3}}{2^5 \cdot 3^3} = 2^2 \cdot 3^0 = \underline{\underline{4}}$$

$$\textcircled{4} \text{ a) } \sqrt{\sqrt{3} \sqrt[3]{3} \sqrt{27}} = \sqrt{\sqrt{3} \sqrt[3]{3} \sqrt{3^3}} = \sqrt{\sqrt{3} \sqrt[3]{3^4}} = \sqrt{\sqrt{3} \sqrt[3]{3^5}} =$$

$$= \sqrt{\sqrt{3} \sqrt[6]{3^5}} = \sqrt{\sqrt[6]{3^3} \sqrt[6]{3^5}} = \sqrt{\sqrt[6]{3^8}} = \sqrt[12]{3^8} = \underline{\underline{\sqrt[3]{9}}}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} \sqrt[3]{16} + 2 \sqrt[3]{2} - \frac{2}{3} \sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{\frac{2}{27}} = \frac{2}{3} \sqrt[3]{2^4} + 2 \sqrt[3]{2} - \frac{2}{3} \sqrt[3]{2^7} + \sqrt[3]{\frac{2}{3^3}} =$$

$$= \frac{2}{3} 2 \sqrt[3]{2} + 2 \sqrt[3]{2} - \frac{2}{3} \cdot 2^2 \sqrt[3]{2} + \frac{1}{3} \sqrt[3]{2} = \frac{4}{3} \sqrt[3]{2} + 2 \sqrt[3]{2} - \frac{8}{3} \sqrt[3]{2} + \frac{1}{3} \sqrt[3]{2} =$$

$$= \left(\frac{4}{3} + 2 - \frac{8}{3} + \frac{1}{3} \right) \sqrt[3]{2} = 1 \sqrt[3]{2} = \underline{\underline{\sqrt[3]{2}}}$$

$$\textcircled{5} \text{ a) } \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{9}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt[5]{3^2}} = \frac{\sqrt{3} \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2} \sqrt[5]{3^3}} = \frac{\sqrt[10]{3^5} \sqrt[10]{3^6}}{\sqrt[10]{3^5}} = \frac{\sqrt[10]{3^{11}}}{3} =$$

$$= \frac{3 \sqrt[10]{3}}{3} = \underline{\underline{\sqrt[10]{3}}}$$

$$\text{c) } \frac{3\sqrt{2}-4}{3\sqrt{2}+4} = \frac{(3\sqrt{2}-4)(3\sqrt{2}-4)}{(3\sqrt{2}+4)(3\sqrt{2}-4)} = \frac{18-12\sqrt{2}-12\sqrt{2}+16}{(3\sqrt{2})^2-4^2} =$$

$$= \frac{34-24\sqrt{2}}{18-16} = \frac{34-24\sqrt{2}}{2} = \underline{\underline{17-12\sqrt{2}}}$$

$$\textcircled{6} \text{ a) } \frac{3(x-2)}{4} - \frac{2(x-3)}{3} = \frac{x}{6} - \frac{3x-6}{4}; 9(x-2) - 8(x-3) = 2x - 3(3x-6)$$

$$9x - 18 - 8x + 24 = 2x - 9x + 18 \Rightarrow x + 6 = -7x + 18 \Rightarrow 8x = 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{8} \Rightarrow \underline{\underline{x = \frac{3}{2}}}$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{2}x + 3 \right)^2 - x = (3x-4)(3x+4) - 12 \Rightarrow \frac{1}{4}x^2 + 3x + 9 - x = 9x^2 - 16 - 12$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x + 36 - 4x = 36x^2 - 64 - 48 \Rightarrow 35x^2 - 8x - 148 = 0$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 35 \cdot (-148) = 64 + 20720 = 20784$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{20784}}{70}$$

$$\left\langle \begin{aligned} x_1 &= \frac{8 + \sqrt{20784}}{70} \\ x_2 &= \frac{8 - \sqrt{20784}}{70} \end{aligned} \right.$$