

1. Realiza las siguientes operaciones usando las propiedades de las potencias hasta simplificar el resultado al máximo, el cual puede expresarse en forma de potencia. Como consejo, a veces conviene factorizar los números que no sean primos antes de comenzar a operar.

a)  $16^{-2} \cdot 4^3$  ; b)  $(7^2)^{-3} \cdot 7^3$  ; c)  $\left(\frac{3^{-2}}{3^{-3}}\right) \cdot 3^{-2}$  ; d)  $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{5}{2}\right)^3\right]^2$  ; e)  $\left[\left(\frac{1}{7}\right)^2\right]^6 \cdot (7^5)^2$  ; f)  $\frac{4^2 \cdot 12^3 \cdot 15^2}{9^3 \cdot 8^2 \cdot 3^3}$  ;  
g)  $\frac{27^2 \cdot (-3)^2}{((-3)^3)^2}$  ; h)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2^{-3}$  ; i)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-8} \cdot 5^{-6} \cdot \frac{1}{5^{-2}}$  ; j)  $\frac{12^2 \cdot 2^3 \cdot 30^2}{3^2 \cdot 8^2 \cdot 5^4}$  ; k)  $\frac{8^4 \cdot 15^3 \cdot 18^2 \cdot 12^{-3}}{20^3 \cdot 27^2 \cdot 3^{-3}}$  ;

l)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^5$  ; m)  $\frac{15^2 \cdot 2^3 \cdot 35^2}{3^3 \cdot 5^2 \cdot 2^4 \cdot 7}$  ; n)  $\frac{(-27)^3 \cdot 32^{-5} \cdot (-8)^5 \cdot (25^2)^{-6}}{(-72)^4 \cdot (-50^3)^4}$  ; ñ)  $\frac{27^{-1} \cdot 81 \cdot 3^4 \cdot \left(\frac{2^3}{3}\right)^{-1} \cdot 2^3}{36 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{27}{16} \cdot (2^0)^{-2}}$

2. Opera y expresa el resultado de la forma más simple posible.

a)  $-7 \cdot (5\sqrt{3} + 8\sqrt{2})$  ; b)  $(8\sqrt{5} - 7\sqrt{2}) \cdot 2\sqrt{3}$  ; c)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2})$  ; d)  $(5\sqrt{2} - 3) \cdot (5\sqrt{2} + 3)$  ;  
e)  $(6\sqrt{7} + \sqrt{5}) \cdot (6\sqrt{7} - \sqrt{5})$  ; f)  $(2\sqrt{5} - \sqrt{10}) \cdot (2\sqrt{5} + \sqrt{10})$  ; g)  $(3\sqrt{2} - 5) \cdot (4\sqrt{2} - 3)$  ;  
h)  $(7\sqrt{2} - 3) \cdot (5\sqrt{3} + 2)$  ; i)  $(2\sqrt{7} + 3\sqrt{2}) \cdot (5 - 2\sqrt{2})$  ; j)  $(7\sqrt{5} + 4) \cdot (5\sqrt{5} - 3\sqrt{6})$  ; k)  $(2\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$  ;  
l)  $(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2$  ; m)  $(3\sqrt{2} + 1)^2 - (3\sqrt{2} - 1)^2$  ; n)  $2\sqrt{6} \cdot (2\sqrt{5} - \sqrt{2})^2$  ; ñ)  $\left[(\sqrt{2} - 1)^2 - 1\right] \cdot \sqrt{2}$

3. Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

a)  $5\sqrt{12} + 7\sqrt{27} - \sqrt{243} - \frac{1}{2}\sqrt{75}$  ; b)  $4\sqrt{8} - 7\sqrt{50} + \frac{8}{3}\sqrt{18} + 4\sqrt{98}$  ; c)  $\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{24}$  ; d)  $2\sqrt{5} - 3\sqrt[6]{125}$  ;  
e)  $12\sqrt[3]{16} - \frac{3}{5}\sqrt[3]{128} + 7\sqrt[3]{54}$  ; f)  $\sqrt{108} - 2\sqrt{12} - \sqrt{28} + \sqrt{\frac{7}{4}}$  ; g)  $\sqrt{75} - \frac{\sqrt{18}}{3} + \frac{3\sqrt{12}}{4} - \sqrt{\frac{2}{25}}$

4. Usa las propiedades de los radicales para expresar el resultado en forma de un solo radical. Extrae factores del resultado final si es posible.

a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3^2}$  ; b)  $\sqrt[6]{3^5} \cdot \sqrt[3]{3}$  ; c)  $\sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2^3}$  ; d)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[4]{5^3}}$  ; e)  $\sqrt[3]{\frac{3}{\sqrt[5]{3^3}}}$  ; f)  $\frac{\sqrt{3 \cdot \sqrt[4]{3}}}{\sqrt{3}}$  ; g)  $\frac{\sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{2}}}{\sqrt[3]{2^2}}$  ;  
h)  $\sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$  ; i)  $\frac{\sqrt[6]{20}}{\sqrt[4]{10}}$  ; j)  $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3}}$  ; k)  $\frac{\sqrt{a \sqrt[3]{a}} \cdot \sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[12]{a^5}}$  ; l)  $\frac{(\sqrt[3]{a^2})^4 \cdot (a^2 \cdot \sqrt{a})^3}{\sqrt[6]{a^5}}$  ; m)  $\sqrt{\sqrt[4]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2}}}$

5. Racionaliza las siguientes expresiones y simplifica el resultado extrayendo factores, caso de que sea posible.

a)  $\frac{3}{\sqrt{3}}$  ; b)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$  ; c)  $\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt{5}}$  ; d)  $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{243}}$  ; e)  $\frac{3}{1 - \sqrt{3}}$  ; f)  $\frac{4}{1 + \sqrt{5}}$  ; g)  $\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$  ; h)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - 3}$  ; i)  $\frac{1 + \sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$  ;  
j)  $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$  ; k)  $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}$  ; l)  $\frac{10}{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}$  ; m)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$  ; n)  $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$  ; ñ)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{3}}$  ; o)  $\frac{7}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}}$

6. Simplifica al máximo las expresiones siguientes:

a)  $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$  ; b)  $\frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{\sqrt{3} - 1} + \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{\sqrt{3} + 1}$  ; c)  $\left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}\right) \cdot (3 + 2\sqrt{2})$  ; d)  $\frac{(\sqrt{5} + 1)^2}{\sqrt{5} - 1} - 3\sqrt{5}$

**Soluciones**

1. a)  $\frac{1}{4}$  ; b)  $\frac{1}{343}$  ; c)  $\frac{1}{3}$  ; d)  $\frac{4}{25}$  ; e)  $\frac{1}{49}$  ; f)  $\frac{400}{81}$  ; g) 9 ; h)  $\frac{1}{16}$  ; i) 625 ; j)  $\frac{72}{25}$  ; k) 12 ; l)  $-\frac{1}{729}$  ;  
m)  $\frac{175}{6}$  ; n)  $\frac{3}{2^{34} \cdot 5^{48}}$  ; ñ) 1
2. a)  $-35\sqrt{3}-56\sqrt{2}$  ; b)  $16\sqrt{15}-14\sqrt{6}$  ; c) 1 ; d) 41 ; e) 247 ; f) 10 ; g)  $39-29\sqrt{2}$  ;  
h)  $35\sqrt{6}-15\sqrt{3}+14\sqrt{2}-6$  ; i)  $-4\sqrt{14}+10\sqrt{7}+15\sqrt{2}-12$  ; j)  $-21\sqrt{30}+20\sqrt{5}-12\sqrt{6}+175$  ;  
k)  $23-4\sqrt{15}$  ; l)  $38-12\sqrt{10}$  ; m)  $12\sqrt{2}$  ; n)  $44\sqrt{6}-16\sqrt{15}$  ; ñ)  $2\sqrt{2}-4$
3. a)  $\frac{39\sqrt{3}}{2}$  ; b)  $9\sqrt{2}$  ; c)  $\sqrt[3]{3}$  ; d)  $-\sqrt{5}$  ; e)  $\frac{213\sqrt[3]{2}}{5}$  ; f)  $2\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{7}}{2}$  ; g)  $\frac{13\sqrt{3}}{2}-\frac{6\sqrt{2}}{5}$
4. a)  $3\sqrt[6]{3}$  ; b)  $3\sqrt[6]{3}$  ; c)  $4\sqrt[12]{128}$  ; d)  $\sqrt[4]{\frac{1}{5}}$  ; e)  $\sqrt[15]{9}$  ; f)  $\sqrt[8]{3}$  ; g)  $\sqrt[6]{2}$  ; h)  $\sqrt[3]{a}$  ; i)  $\sqrt[12]{\frac{2}{5}}$  ; j)  $\sqrt[6]{\frac{2}{3}}$  ; k)  $a$  ;  
l)  $a^9\sqrt[3]{a}$  ; m)  $\sqrt[3]{x}$
5. a)  $\sqrt{3}$  ; b)  $\sqrt[6]{2}$  ; c)  $\frac{\sqrt[4]{125}}{5}$  ; d)  $\frac{\sqrt{21}}{27}$  ; e)  $\frac{-3\sqrt{3}-3}{2}$  ; f)  $\sqrt{5}-1$  ; g)  $\sqrt{7}+\sqrt{2}$  ; h)  $\frac{-\sqrt{6}-3\sqrt{3}}{7}$  ;  
i)  $\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{6}$  ; j)  $-2\sqrt{2}-3$  ; k)  $\frac{\sqrt{6}+4}{5}$  ; l)  $2\sqrt{3}+\sqrt{2}$  ; m)  $3-\sqrt{6}$  ; n)  $4-\sqrt{15}$  ; ñ)  $\frac{\sqrt[4]{12}}{2}$  ; o)  $\frac{7\sqrt[6]{144}}{6}$
6. a)  $\sqrt{2}$  ; b)  $6\sqrt{3}$  ; c) 1 ; d)  $4-\sqrt{5}$