

**Examen de Matemáticas – 3º de ESO**

**Instrucciones:** en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Realiza las siguientes operaciones con radicales, simplificando y extrayendo factores del resultado, si es posible: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a)  $\sqrt[3]{x} \sqrt[4]{x^3} =$

b)  $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt[4]{9}} =$

2. Simplifica todo lo que puedas, aplicando convenientemente las propiedades de los radicales. Extrae factores caso de que sea posible. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a)  $(\sqrt[3]{3}\sqrt{6})^4 =$

b)  $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^8}}} =$

3. Dados los polinomios:

$$P(x) = -2x^4 + x^2 - 3x + 1, \quad Q(x) = 2x^3 + x^2 + 1 \quad R(x) = -x^2 - 2x + 2$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante. **(4 puntos; 1 punto por apartado)**

a)  $P(x) - Q(x) - R(x)$

b)  $Q(x) - 2P(x) + 3R(x)$

c)  $Q(x) \cdot R(x)$

d)  $[R(x) + Q(x)] \cdot P(x)$

4. Realiza la división  $P(x) \div R(x)$ , donde  $P(x)$  y  $R(x)$  son los mismos polinomios del ejercicio anterior. Indica quién es el cociente y el resto. **(1 punto)**

5. Realiza la división  $(-2x^3 - x^5 - x^2 + 2x - 3) \div (x - 2)$  utilizando la regla de Ruffini. Indica quién es el cociente y el resto. **(1 punto)**

6. Hallar el valor de  $k$  para que al efectuar la división  $(-3x^3 + x^2 - kx + 3) \div (x + 1)$  el resto sea 0 (división exacta). **(1 punto)**

**Consejo:** en los ejercicios de raíces, antes de aplicar las propiedades, debes de factorizar previamente aquellos números que no sean primos.

**Soluciones:**

1. a)  $\sqrt[3]{x} \sqrt[4]{x^3} = \sqrt[12]{x^4} \sqrt[12]{x^9} = \sqrt[12]{x^{13}} = x \sqrt[12]{x}$

b)  $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt[4]{9}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 5}}{\sqrt[4]{3^2}} = \frac{\sqrt[4]{3^2 \cdot 5^2}}{\sqrt[4]{3^2}} = \sqrt[4]{\frac{3^2 \cdot 5^2}{3^2}} = \sqrt[4]{5^2} = \sqrt{5}$

2. a)  $(\sqrt[3]{3}\sqrt{6})^4 = (\sqrt[3]{3}\sqrt{2 \cdot 3})^4 = \sqrt[3]{3^4} \sqrt{2^4 \cdot 3^4} = \sqrt[6]{3^8} \sqrt[6]{2^{12} \cdot 3^{12}} = \sqrt[6]{3^{20} \cdot 2^{12}} = 2 \cdot 3^3 \sqrt[6]{3^2} = 54\sqrt[6]{3}$

b)  $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a^8}}} = \sqrt[24]{a^8} = \sqrt[3]{a}$

3. a)  $P(x) - Q(x) - R(x) = (-2x^4 + x^2 - 3x + 1) - (2x^3 + x^2 + 1) - (-x^2 - 2x + 2) =$   
 $= -2x^4 + x^2 - 3x + 1 - 2x^3 - x^2 - 1 + x^2 + 2x - 2 = -2x^4 - 2x^3 + x^2 - x - 2$

b)  $Q(x) - 2P(x) + 3R(x) = (2x^3 + x^2 + 1) - 2(-2x^4 + x^2 - 3x + 1) + 3(-x^2 - 2x + 2) =$   
 $= 2x^3 + x^2 + 1 + 4x^4 - 2x^2 + 6x - 2 - 3x^2 - 6x + 6 = 4x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 5$

c)  $Q(x) \cdot R(x) = (2x^3 + x^2 + 1)(-x^2 - 2x + 2) =$   
 $= -2x^5 - 4x^4 + 4x^3 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x^2 - 2x + 2 = -2x^5 - 5x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x + 2$

d)  $[R(x) + Q(x)] \cdot P(x) = [(-x^2 - 2x + 2) + (2x^3 + x^2 + 1)](-2x^4 + x^2 - 3x + 1) =$   
 $= (2x^3 - 2x + 3)(-2x^4 + x^2 - 3x + 1) = -4x^7 + 2x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 4x^5 - 2x^3 + 6x^2 - 2x$   
 $- 6x^4 + 3x^2 - 9x + 3 = -4x^7 + 6x^5 - 12x^4 + 9x^2 - 11x + 3$

4. 
$$\begin{array}{r} -2x^4 \quad + x^2 - 3x + 1 \quad \underline{) \quad -x^2 - 2x + 2} \\ 2x^4 + 4x^3 - 4x^2 \quad \quad \quad 2x^2 - 4x + 11 \\ \hline 4x^3 - 3x^2 - 3x + 1 \\ -4x^3 - 8x^2 + 8x \\ \hline -11x^2 + 5x + 1 \\ 11x^2 + 22x - 22 \\ \hline 27x - 21 \end{array}$$

Cociente:  $C(x) = 2x^2 - 4x + 11$  ; Resto:  $R(x) = 27x - 21$

5. El dividendo ordenado es  $-x^5 - 2x^3 - x^2 + 2x - 3$ . El divisor es  $x - 2$ . Aplicando la regla de Ruffini con  $x = 2$  tenemos:

		-1	0	-2	-1	2	-3
2			-2	-4	-12	-26	-48
		-1	-2	-6	-13	-24	-51

Cociente:  $C(x) = -x^4 - 2x^3 - 6x^2 - 13x - 24$  ; Resto:  $R = -51$

6. Aplicando la regla de Ruffini:

		-3	1	-k	3
-1			3	-4	k+4
		-3	4	-k-4	k+7

7. Entonces, como el resto de la división es 0,  $k + 7 = 0$ , y entonces  $k = -7$ .