Examen de Matemáticas I – 1º de Bachillerato

1. Halla el dominio de la función $f(x)=\sqrt{2x^2+3x-2}$. **(1 punto)**

2. Contesta a los dos siguientes apartados y explica la relación que existe entre ambos. **(1,5 puntos; 0,5 puntos por cada apartado y 0,5 por la explicación)**

a) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} y=x^2+2x-3 \\ y=2x+1 \end{cases}$

b) Representa gráficamente las funciones $y=x^2+2x-3$; $y=2x+1$

3. Utilizando las gráficas conocidas de las funciones coseno, exponencial de base 2 y logarítmica de base 2, representa gráficamente estas otras: $f(x)=\cos x-2$; $g(x)=2^{x+1}$; $h(x)=\log_2(x-1)$. **(1,5 puntos; 0,5 por función)**

4. Contesta a las siguientes cuestiones utilizando la definición de logaritmo: **(1 punto; 0,5 por apartado)**

a) Halla el resultado de $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)+\log_{\frac{1}{2}}8+\log_6 36$

b) Halla el valor de a sabiendo que $\log_a b=3$ y que $\log_a 9b=5$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones **(2 puntos; 1 por apartado)**

a) $2\log x-\log(x-16)=2$

b) $7^{2x+3}-8\cdot 7^{x+1}+1=0$

6. Dada la función $f(x)=\begin{cases} -2x-1 & \text{si} & x<-2 \\ -x^2-4x-1 & \text{si} & -2\le x<1 \\ 2 & \text{si} & x=1 \\ \dfrac{3}{x+2} & \text{si} & x>1 \end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de la función en los puntos $x=-2$ y $x=1$. **(2 puntos)**

b) Represéntala gráficamente. **(1 punto)**

① $2x^2+3x-2 \geq 0 \iff 2(x+2)(x-\frac{1}{2}) \geq 0$

$$\begin{array}{ccccc} + & & - & & + \\ \hline & -2 & & 1/2 & \end{array}$$

Solución: $\underline{\underline{(-\infty,-2] \cup [\frac{1}{2},+\infty) = \mathrm{Dom} f}}$

②

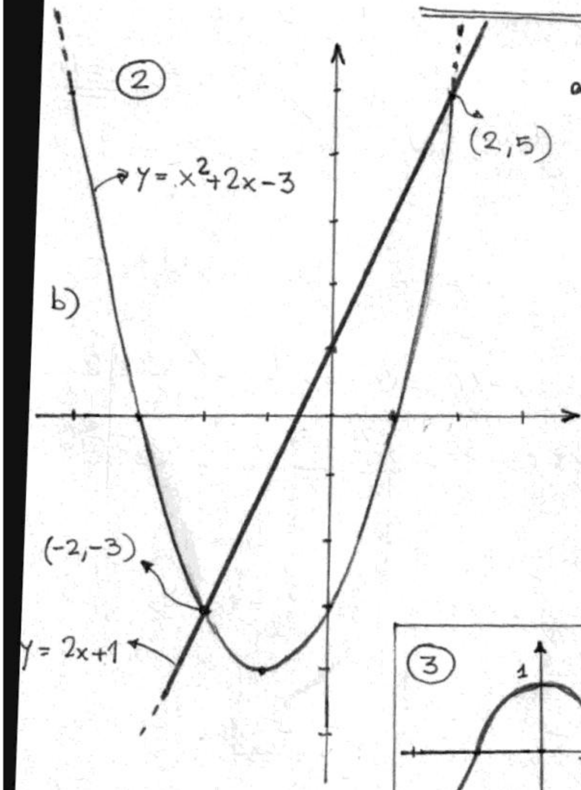
a) $\begin{cases} y = x^2+2x-3 \\ y = 2x+1 \end{cases} \Rightarrow x^2+2x-3 = 2x+1$

$x^2-4=0 \Rightarrow \underline{\underline{x_1=2}},\ \underline{\underline{x_2=-2}}$

$y_1 = 2\cdot 2+1 \Rightarrow \underline{\underline{y_1=5}}$

$y_2 = 2\cdot(-2)+1 \Rightarrow \underline{\underline{y_2=-3}}$

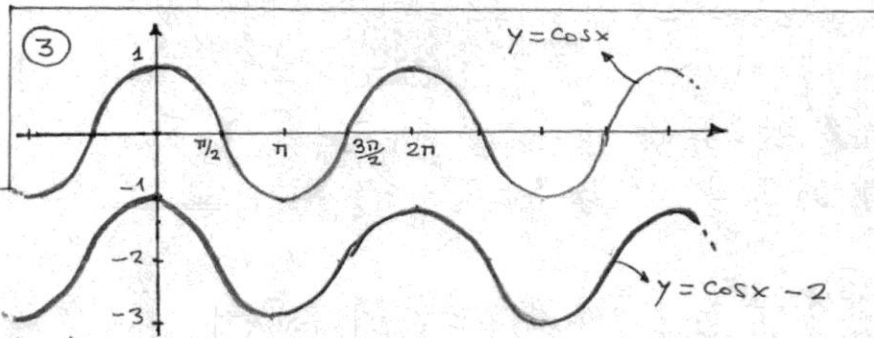
b)

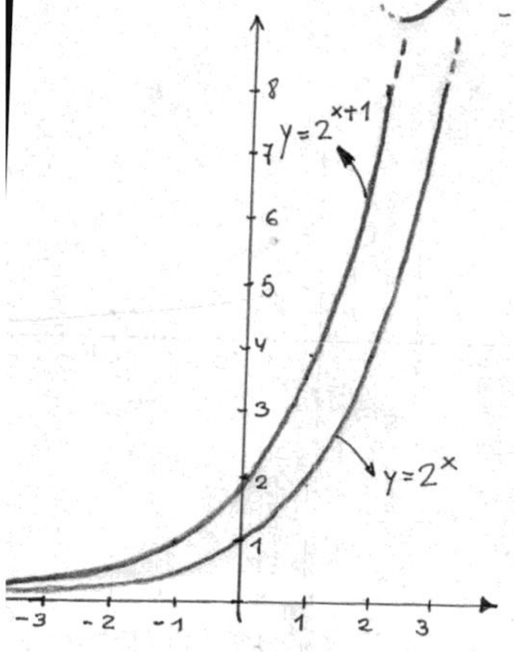


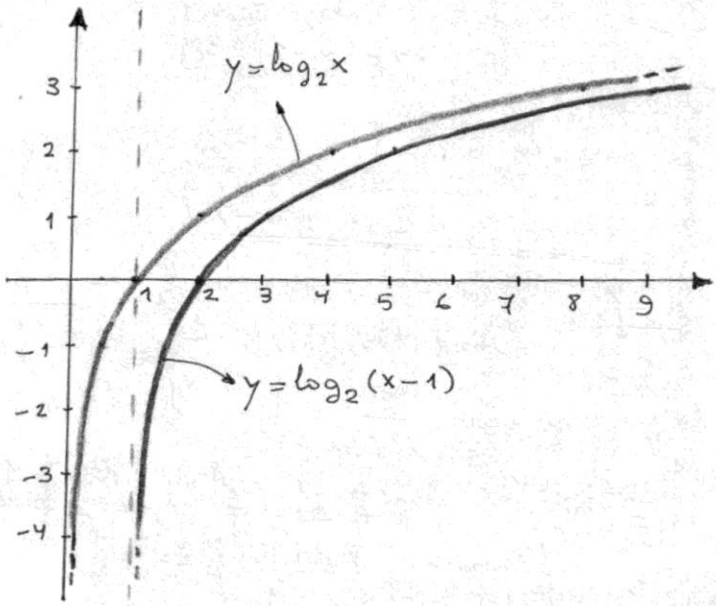
<u>Relación entre ambos:</u>

* las soluciones del sistema: $x_1=2,\ y_1=5$; $x_2=-2,\ y_2=-3$ son los puntos de corte de la recta con la parábola.

③







④ a) $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)+\log_{1/2}8+\log_6 36=\log_3 3^{-2}+\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+$
$+\log_6 6^2=-2\log_3 3+(-3)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}+2\log_6 6=$
$=-2+(-3)+2=\underline{\underline{-3}}$

b) $\left.\begin{array}{l}a^3=b\\ a^5=9b\end{array}\right\}$ Sustituyendo la 1ª ecuación en la 2ª:

$a^5=9a^3\Rightarrow a^5-9a^3=0\Rightarrow a^3(a^2-9)=0 \begin{cases} a^3=0\Rightarrow \underline{\underline{a=0}}\\ a^2-9=0\end{cases}$

$\Rightarrow a^2=9\Rightarrow \underline{\underline{a=\pm 3}}$

Como la base de un logaritmo es positiva, el resultado correcto es $\underline{\underline{a=3}}$

⑤ a) $\begin{cases}2\log x-\log(x-16)=2\Rightarrow \log x^2-\log(x-16)=2\Rightarrow \log\frac{x^2}{x-16}=2\\ \Rightarrow \frac{x^2}{x-16}=100\Rightarrow x^2=100x-1600\Rightarrow \underline{x^2-100x+1600=0}\\ \text{Soluciones: } \underline{\underline{x_1=80}}\ ;\ \underline{\underline{x_2=20}}\end{cases}$

b) $\begin{cases}7^{2x+3}-8\cdot 7^{x+1}+1=0\Rightarrow 7^3\cdot(7^x)^2-8\cdot 7\cdot 7^x+1=0\Rightarrow\\ \text{Llamando } z=7^x:\ \underline{343z^2-56z+1=0}.\ \text{Soluciones de } z:\\ z_1=\frac{1}{7}\ ;\ z_2=\frac{1}{49}.\ \text{Si } z=\frac{1}{7}\Rightarrow 7^x=\frac{1}{7}\Rightarrow \underline{\underline{x=-1}}.\\ \text{Si } z=\frac{1}{49}\Rightarrow 7^x=\frac{1}{49}\Rightarrow \underline{\underline{x=-2}}\end{cases}$

⑥ $\underline{x=-2}$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to -2^-}(-2x-1)=3\\ \lim\limits_{x\to -2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+}(-x^2-4x-1)=3\end{array}\right\}\Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\lim\limits_{x\to -2}f(x)=3=f(-2)}\Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{f \text{ es continua en } x=-2}$

$\underline{x=1}$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(-x^2-4x-1)=-6\\ \lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{3}{x+2}=1\end{array}\right\}\Rightarrow$

$\Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 1}f(x)\Rightarrow \underline{f \text{ no es continua en } x=1.}$

Discontinuidad de $\underline{\text{SALTO FINITO}}$.
Longitud del salto: $\underline{L=7}$