



Contenidos de Matemáticas II

(De acuerdo con el Decreto 40/2015, de 15 de junio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en Castilla-La Mancha)

Introducción sobre las características de la materia

Las Matemáticas son una creación intelectual del hombre que nos ayuda a interpretar el mundo que nos rodea, reflejan la capacidad creativa, expresan con precisión conceptos y argumentos, favorecen la capacidad para aprender a aprender y contienen elementos de gran belleza. Sin olvidar además el carácter instrumental que las Matemáticas tienen como base fundamental para la adquisición de nuevos conocimientos en otras disciplinas, especialmente en el proceso científico y tecnológico y como fuerza conductora en el desarrollo de la cultura y las civilizaciones.

En la actualidad los ciudadanos se enfrentan a multitud de tareas que entrañan conceptos de carácter cuantitativo, geométrico, probabilístico, etc. La información recogida en los medios de comunicación se expresa habitualmente en forma de tablas, fórmulas, diagramas o gráficos que requieren de conocimientos matemáticos para su correcta comprensión. Los contextos en los que aparecen son múltiples: los propiamente matemáticos, economía, tecnología, ciencias naturales y sociales, medicina, comunicaciones, deportes, etc., por lo que es necesario adquirir un hábito de pensamiento matemático que permita establecer hipótesis y contrastarlas, elaborar estrategias de resolución de problemas y ayudar en la toma de decisiones adecuadas, tanto en la vida personal como en su futura vida profesional. Las Matemáticas contribuyen de manera especial al desarrollo del pensamiento y razonamiento, en particular, el pensamiento lógico-deductivo y algorítmico, al entrenar la habilidad de observación e interpretación de los fenómenos, además de favorecer la creatividad o el pensamiento geométrico-espacial.

La característica esencial de las matemáticas es su estructura lógica y el carácter abstracto de sus contenidos. El esfuerzo de comprensión y adquisición de estos aspectos de las matemáticas contribuyen al desarrollo intelectual del alumnado.

La resolución de problemas y los proyectos de investigación constituyen ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. La habilidad de formular, plantear, interpretar y resolver problemas es una de las capacidades esenciales de la actividad matemática ya que permite a las personas emplear los procesos cognitivos para abordar y resolver situaciones interdisciplinares reales, lo que resulta de máximo interés para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico. En este proceso de resolución e investigación están involucradas muchas otras competencias, además de la matemática. Entre otras, la comunicación lingüística, al leer de forma comprensiva los enunciados y comunicar los resultados obtenidos; el sentido de iniciativa y emprendimiento al establecer un plan de trabajo en revisión y modificación continua en la medida que se va resolviendo el problema; la competencia digital, al tratar de forma adecuada la información y, en su caso, servir de apoyo a la resolución del problema y comprobación de la solución o la competencia social y cívica, al implicar una actitud abierta ante diferentes soluciones.

El currículo básico de Matemáticas I y II se conforma en cinco bloques estrechamente relacionados:

- **Bloque I: Procesos, métodos y actitudes:** Se desarrolla de forma transversal imbricándose en el resto de bloques.
- **Bloque II: Números y Álgebra:** Tiene una estrecha relación con los bloques III, IV y V. Tendrá un punto de vista más abstracto que en E.S.O, insistiendo en las operaciones y propiedades que gobiernan un conjunto de objetos matemáticos. Las estructuras algebraicas son el hilo conductor de este bloque.
- **Bloque III: Geometría:** El desarrollo de la visión geométrico-espacial, los axiomas y propiedades algebraicas contribuyen a dar un punto de vista riguroso de la Geometría. En segundo de Bachillerato será prioritario utilizar herramientas algebraicas como las matrices. Las demostraciones geométricas harán partícipe al alumno del más auténtico saber matemático.
- **Bloque IV: Análisis:** El estudio de las funciones de una variable real se torna más formal, las propiedades, que ya se introdujeron en E.S.O, pueden escribirse ahora utilizando el lenguaje matemático. A lo largo de los dos cursos de Bachillerato el alumno irá iniciándose en el concepto y el manejo de: límites, continuidad, derivada e integral de una función real. El alumno, a través de los Teoremas clásicos de Análisis, tomará conciencia de la evolución de las Matemáticas.



- **Bloque V: Estadística y Probabilidad:** Lejos del enfoque eminentemente práctico de este bloque en E.S.O, en Bachillerato se estudiarán las variables aleatorias discretas y continuas. Su manejo a partir de tablas, el análisis matemático o las herramientas informáticas harán comprender las utilidades de este bloque en múltiples campos. El estudio de la axiomática de la probabilidad, sus propiedades y teoremas profundizarán en el proceso de construcción de una teoría matemática.

El currículo básico de Matemáticas no debe verse como un conjunto de bloques independientes. Es necesario que se desarrolle de forma global pensando en las conexiones internas de la materia tanto a nivel de curso como entre las distintas etapas.

En el desarrollo del currículo básico de esta materia se pretende que los conocimientos, las competencias y los valores estén integrados; de esta manera, los estándares de aprendizaje evaluables se han formulado teniendo en cuenta la imprescindible relación entre dichos elementos.



Contenidos de Matemáticas II

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes matemáticas

Contenidos

- Planificación del proceso de resolución de un problema matemático.
- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad o contextos del mundo de las matemáticas.
- Elaboración y presentación de un informe científico sobre el proceso, resultados y conclusiones del proceso de investigación de problemas.
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto.
- Soluciones y/o resultados obtenidos: coherencia de las soluciones con la situación, revisión sistemática del proceso, otras formas de resolución, problemas parecidos, generalizaciones y particularizaciones interesantes.
- Iniciación a la demostración en matemáticas: métodos, razonamientos, lenguajes, etc.
- Métodos de demostración: reducción al absurdo, método de inducción, contraejemplos, razonamientos encadenados, etc.
- Razonamiento deductivo e inductivo.
- Lenguaje gráfico, algebraico, otras formas de representación de argumentos.
- Elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos sobre el proceso seguido en la resolución de un problema o en la demostración de un resultado matemático.
- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad o contextos del mundo de las matemáticas.
- Elaboración y presentación de un informe científico sobre el proceso, resultados y conclusiones del proceso de investigación desarrollado.
- Práctica de los procesos de modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
 - a) La recogida ordenada y la organización de datos.
 - b) La elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.
 - c) Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico.
 - d) El diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas.
 - e) La elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidas.
 - f) Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Explicar de forma razonada la resolución de un problema.	1.1. Expresa de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema, con rigor y precisión.
2. Resolver un problema, realizar los cálculos necesarios y comprobar las soluciones.	2.1. Comprende el enunciado de un problema, lo formaliza matemáticamente y lo relaciona con el número de soluciones. 2.2. Realiza estimaciones y predicciones sobre la solución del problema. 2.3. Establece una estrategia de investigación y encuentra las soluciones del problema.



<p>3. Demostrar teoremas con los distintos métodos fundamentales (demostración directa, por reducción al absurdo o inducción).</p>	<p>3.1. Conoce distintos métodos de demostración. 3.2. Demuestra teoremas identificando los diferentes elementos del proceso.</p>
<p>4. Elaborar un informe científico y comunicarlo.</p>	<p>4.1. Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados. 4.2. Utiliza de forma coherente argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos. 4.3. Plantea posibles continuaciones de la investigación; analiza los puntos fuertes y débiles del proceso y hace explícitas sus impresiones personales sobre la experiencia.</p>
<p>5. Planificar un trabajo de investigación.</p>	<p>5.1. Conoce la estructura del proceso de elaboración de una investigación matemática: problema de investigación, estado de la cuestión, objetivos, hipótesis, metodología, resultados, conclusiones, etc. 5.2. Planifica el proceso de investigación según el contexto en que se desarrolla y tipo de problema.</p>
<p>6. Elaborar estrategias para el trabajo de investigación: a) Resolución y profundización de un problema. b) Generalizaciones de leyes o propiedades. c) Relación con la historia de las matemáticas.</p>	<p>6.1. Generaliza y demuestra propiedades de distintos contextos matemáticos. 6.2. Busca conexiones de las matemáticas con la realidad y entre distintos contextos matemáticos para diseñar el trabajo de investigación.</p>
<p>7. Modelizar fenómenos de la vida cotidiana y valorar este proceso.</p>	<p>7.1. Obtiene información relativa al problema de investigación a través de distintas fuentes de información. 7.2. Identifica situaciones reales, susceptibles de contener problemas de interés y analiza la relación entre la realidad y matemáticas. 7.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema dentro del campo de las matemáticas.</p>
<p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales propias del trabajo matemático.</p>	<p>8.1. Transmite certeza y seguridad en la comunicación de las ideas, así como dominio del tema de investigación. 8.2. Reflexiona sobre el proceso de investigación y elabora conclusiones sobre el nivel de: a) resolución del problema de investigación; b) consecución de objetivos. 8.3. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. 8.4. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia. 8.5. Se plantea la resolución de retos y problemas con curiosidad, precisión, esmero e interés. 8.6. Reflexiona sobre los procesos desarrollados aprendiendo de ello para situaciones futuras.</p>
<p>9. Emplear medios tecnológicos para buscar información, realizar cálculos, presentar los trabajos y difundirlos.</p>	<p>9.1. Utiliza las herramientas tecnológicas para la realización de cálculos y representaciones gráficas. 9.2. Diseña presentaciones digitales para explicar el proceso seguido utilizando documentos digitales y entornos geométricos. 9.3. Usa adecuadamente los medios tecnológicos para buscar información, estructurar, mejorar el proceso de aprendizaje y elaborar predicciones.</p>



Bloque 2. Números y Álgebra

Contenidos

- Matrices. Tipos matrices y operaciones. Estudio de las matrices como herramienta para manejar y operar con datos estructurados en tablas y grafos.
- Aplicación de las operaciones de las matrices y de sus propiedades en la resolución de problemas extraídos de contextos reales.
- Determinantes. Propiedades elementales.
- Rango de una matriz.
- Matriz inversa.
- Sistemas de ecuaciones lineales. Expresión matricial. Teorema de Rouché-Fröbenius. Método de Gauss. Regla de Cramer. Aplicación a la resolución de problemas.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Utilizar el lenguaje matricial y las operaciones con matrices para describir e interpretar datos y relaciones en la resolución de problemas diversos.	<ul style="list-style-type: none">1.1. Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas o grafos y para representar sistemas de ecuaciones lineales.1.2. Opera con matrices y aplica las propiedades de las operaciones, de forma manual o con el apoyo de medios tecnológicos.
2. Transcribir problemas expresados en lenguaje usual al lenguaje algebraico y resolverlos utilizando técnicas algebraicas determinadas (matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones), interpretando críticamente el significado de las soluciones.	<ul style="list-style-type: none">2.1. Calcula determinantes hasta orden 4.2.2. Determina el rango de una matriz aplicando el método de Gauss o determinantes.2.3. Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado.2.4. Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos.2.5. Plantea un sistema de ecuaciones lineales a partir de un enunciado, lo clasifica, lo resuelve e interpreta las soluciones.



Bloque 3. Análisis

Contenidos

- Concepto de límite de una función. Cálculo de límites.
- Continuidad de una función en un punto. Continuidad de una función en un intervalo. Tipos de discontinuidad. Teorema de Bolzano y de Weierstras.
- Función derivada. Teoremas de Rolle y del valor medio de Lagrange. Regla de L'Hôpital. Aplicación al cálculo de límites.
- Aplicaciones de la derivada: problemas de optimización.
- Primitiva de una función. Propiedades. La integral indefinida. Integrales inmediatas. Integración por partes y mediante cambio de variable. Integrales racionales.
- La integral definida. Propiedades. Regla de Barrow. Teoremas del valor medio y fundamental del cálculo integral. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Estudiar la continuidad de una función en un punto o en un intervalo, aplicando los resultados que se derivan de ello.	1.1. Estudia la continuidad de una función y clasifica los puntos de discontinuidad. 1.2. Aplica los conceptos y el cálculo de límites y derivadas, así como los teoremas relacionados, a la resolución de ejercicios y problemas.
2. Aplicar el concepto de derivada de una función en un punto, su interpretación geométrica y el cálculo de derivadas al estudio de fenómenos naturales, sociales o tecnológicos y a la resolución de problemas geométricos, de cálculo de límites y de optimización.	2.1. Aplica la regla de L'Hôpital para resolver indeterminaciones en el cálculo de límites. 2.2. Plantea problemas de optimización relacionados con la geometría o con las ciencias experimentales y sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto.
3. Calcular integrales de funciones sencillas aplicando las técnicas básicas para el cálculo de primitivas.	3.1. Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones.
4. Aplicar el cálculo de integrales definidas en la medida de áreas de regiones planas limitadas por rectas y curvas sencillas que sean fácilmente representables y, en general, a la resolución de problemas.	4.1. Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas. 4.2. Utiliza los medios tecnológicos para representar y resolver problemas de áreas de recintos limitados por funciones conocidas.



Bloque 4. Geometría

Contenidos

- Espacios vectoriales. Sistemas de vectores linealmente independientes y generadores. Bases de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector respecto de una base.
- Espacio vectorial euclídeo. Producto escalar, vectorial y mixto. Significado geométrico.
- Ecuaciones de la recta y el plano en el espacio afín euclídeo R^3 .
- Posiciones relativas (incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos).
- Propiedades métricas (cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes).

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Resolver problemas geométricos espaciales, utilizando vectores.	1.1. Realiza operaciones elementales con vectores, manejando correctamente los conceptos de base y de dependencia e independencia lineal.
2. Resolver problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos utilizando las distintas ecuaciones de la recta y del plano en el espacio.	2.1. Expresa la ecuación de la recta en sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas de rectas en el espacio afín. 2.2. Obtiene la ecuación del plano en sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente. 2.3. Analiza la posición relativa de planos y rectas en el espacio. 2.4. Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones.
3. Utilizar los distintos productos entre vectores para calcular ángulos, distancias, áreas y volúmenes, calculando su valor y teniendo en cuenta su significado geométrico.	3.1. Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, el significado geométrico, la expresión analítica y las propiedades. 3.2. Conoce el producto mixto de tres vectores, su significado geométrico, su expresión analítica y sus propiedades. 3.3. Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos. 3.4. Utiliza programas informáticos específicos para profundizar en el estudio de la geometría.



Bloque 5. Estadística y Probabilidad

Contenidos

- Sucesos. Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa. Definición axiomática de probabilidad.
- Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.
- Experimentos simples y compuestos. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos.
- Teoremas de la probabilidad total y de Bayes. Probabilidades a priori, a posteriori y verosimilitudes de un suceso.
- Variables aleatorias discretas. Función de probabilidad. Media, varianza y desviación típica.
- Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades.
- Variables aleatorias continuas. Función de densidad y de distribución. Distribución normal. Tipificación de la distribución normal. Asignación de probabilidades en una distribución normal.
- Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.

Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
1. Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos (utilizando la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento y la axiomática de la probabilidad), así como a sucesos aleatorios condicionados (Teorema de Bayes), en contextos relacionados con el mundo real.	<p>1.1. Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento o las fórmulas derivadas de los axiomas de la probabilidad.</p> <p>1.2. Calcula probabilidades a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral.</p> <p>1.3. Calcula la probabilidad a posteriori de un suceso aplicando la Teorema de Bayes.</p>
2. Identificar los fenómenos que pueden modelizarse mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal calculando sus parámetros y determinando la probabilidad de diferentes sucesos asociados.	<p>2.1. Identifica fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica.</p> <p>2.2. Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad o aproximando mediante una distribución normal, usando los métodos adecuados.</p> <p>2.3. Conoce las características y los parámetros de la distribución normal y valora su importancia en el mundo científico.</p> <p>2.4. Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden modelizarse mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora, hoja de cálculo u otra herramienta tecnológica.</p>