

Ejercicios propuestos

1. Desarrolla las potencias siguientes:

$$(x + y)^7, \quad (x - y)^7, \quad (3x + 2)^4, \quad (3x - 2)^4, \quad (2x^3 + 5x)^3, \quad (2x^3 - 5x)^3, \\ (x + 2)^7, \quad (x^2 + 3)^6, \quad (2x^3 + 5)^5, \quad (2x^4 + 5x)^5, \quad (2x^2 + 3y)^5, \\ (x - 3)^5, \quad (2x - 4)^6, \quad (x^2 - 3x)^4, \quad (3x - 2y)^5$$

2. Desarrollar:

$$(\sqrt{2} + 1)^6, \quad (2 + \sqrt{3})^5, \quad (\sqrt{2} + \sqrt{3})^5, \quad (\sqrt{5} - 2)^4, \quad (2\sqrt{3} - 1)^3, \quad (3\sqrt{2} - 2)^5, \\ (2\sqrt{3} - \sqrt{2})^4, \quad (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^5, \quad (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^5, \quad (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})^6, \quad (2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^5, \\ (3\sqrt{x} - 2x)^5, \quad \left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5, \quad (\sqrt{2} + \sqrt{8})^4, \quad \left(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4, \quad \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5, \\ \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)^6, \quad \left(3 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4, \quad \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^5, \quad \left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4$$

3. Desarrollar:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^5, \quad \left(x - \frac{2}{x}\right)^4, \quad \left(2x + \frac{y}{3}\right)^4, \quad \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6, \quad \left(xy - \frac{1}{xy}\right)^4, \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}\right)^5, \quad \left(2x - \frac{1}{x^3}\right)^6, \quad \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - x\right)^5, \quad \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5, \quad \left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4$$

4. Escribe directamente el cuarto término del desarrollo de $(x + y)^9$ y el quinto del desarrollo de $(2x - y)^8$.

5. Escribe el término sexto del desarrollo de la potencia siguiente, y averigua su grado: $(3x - x^3)^9$.

6. Escribe y simplifica el tercer término del desarrollo de $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^7$.

7. Escribe y simplifica el término central del desarrollo de $\left(\frac{x^2}{9} + \frac{1}{x^3}\right)^4$.

8. ¿Cuál es el grado del término central del desarrollo de $(3x^2 - 5x^4)^{12}$?

9. El tercer término del desarrollo de $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^5$ coincide con el cuarto del desarrollo de $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^5$. Calcula x .

10. Averigua qué valor deber darse a x para que el tercer término del desarrollo de $\left(\frac{3}{x} - x\right)^5$ sea igual a 90.
11. El tercer término del desarrollo de $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^n$ es de segundo grado. Calcula n y desarrolla la potencia del binomio.
12. El segundo término del desarrollo de $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^n$ es de grado 11. Escribe los términos restantes.
13. Averigua si hay algún término del desarrollo de $\left(2x^2 + \frac{5}{x}\right)^6$ que sea de grado 3. Si lo hay, escríbelo.
14. Averigua el lugar que ocupa el término de grado 13 en el desarrollo de la potencia $(3x - x^2)^8$.
15. Escribe la fórmula de Newton, y sustituye a y b por 1. ¿Qué resultado obtienes? ¿Qué significado puedes dar a ese resultado?
16. Calcular 11^5 por medio de la fórmula de Newton y comprueba el resultado con la calculadora.
17. Teniendo en cuenta que el trinomio $a + b + c$ puede escribirse como un binomio: $(a + b) + c$, desarrolla las potencias $(a + b + c)^2$; $(2 + x + x^2)^2$; $(a + b + c)^3$
18. Averigua el lugar que ocupa el término de grado 2 en el desarrollo de $\left(3x^2 - \frac{1}{x}\right)^7$ y escríbelo.
19. Escribe el término de grado 8 en el desarrollo de $\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^6$.
20. Calcular:
 $\binom{6}{3}$, $\binom{6}{5}$, $\binom{6}{4}$, $\binom{7}{5}$, $\binom{8}{4}$, $\binom{18}{14}$, $\binom{100}{2}$, $\binom{25}{20}$, $\binom{15}{10}$, $\binom{9}{3}$, $\binom{12}{8}$, $\binom{10}{3}$
21. Resuelve las ecuaciones $\binom{x}{2} = 21$; $\binom{x}{2} - x = 9$; $\binom{8}{x-2} = \binom{8}{6}$.
22. Utiliza las fórmulas para justificar la igualdad siguiente: $\binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2} = \frac{9!}{3! \cdot 2! \cdot 4!}$.
23. Resuelve las ecuaciones siguientes:
a) $(x + 2)^3 - (x - 2)^3 = 98$, b) $\sqrt[3]{x} + 6 = x$
24. Resuelve el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} (x + y)^2 - (x - y)^2 = 8 \\ (x + y)^3 = 27 \end{cases}$$