

1. Escribe las ecuaciones vectorial y paramétricas de la recta que pasa por A y tiene dirección paralela al vector \vec{u} .
a) $A(-3,7)$, $\vec{u} = (4,-1)$; b) $A(-1,0)$, $\vec{u} = (0,2)$
2. Escribe la ecuación de la recta que pasa por P y Q de todas las formas posibles (vectorial, paramétricas, continua, implícita y explícita).
a) $P(6,-2)$ y $Q(0,5)$; b) $P(3,2)$ y $Q(3,6)$; c) $P(0,0)$ y $Q(8,0)$; d) $P(0,0)$ y $Q(0,-2)$
3. Escribe las ecuaciones paramétricas e implícitas de los ejes de coordenadas.
4. Determina un vector normal y la ecuación implícita de cada una de las siguientes rectas:
a) $r \equiv \frac{x+1}{-2} = y-1$; b) $\begin{cases} x = -\lambda + 1 \\ y = 5\lambda - 2 \end{cases}$
5. Obtén, para cada una de las siguientes rectas, un vector dirección, un vector normal y su pendiente:
a) $r_1 \equiv \begin{cases} x = 2\lambda - 1 \\ y = 5\lambda \end{cases}$; b) $r_2 \equiv \frac{x+3}{2} = \frac{1-y}{4}$; c) $r_3 \equiv x+3=0$; d) $r_4 \equiv y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
6. Determina un punto y un vector director de cada recta. Utilízalos para dar sus ecuaciones continuas y paramétricas.
a) $3x-2y+1=0$; b) $y = 2(x-1)+7$; c) $x-3=0$; d) $y = \frac{2}{3}x+1$
7. Halla el valor de k para que la recta $x+ky-7=0$ contenga al punto $A(5,-2)$.
8. Expresa en forma paramétrica la ecuación de la recta $r \equiv 3x-4y-8=0$.
9. Expresa en forma explícita la ecuación de la recta $(x,y) = (-1,-2) + \lambda(-5,3)$. ¿Qué pendiente tiene? Encuentra los cortes con los ejes de coordenadas.
10. Consideremos el haz de rectas de centro $(3,-2)$.
a) Escribe la ecuación de este haz de rectas.
b) ¿Qué recta de este haz pasa por el punto $(-1,5)$?
c) ¿Cuál de las rectas del haz es paralela a $2x+y=0$?
d) Halla la recta del haz cuya distancia al origen es igual a 3.
11. Determina el centro del haz de rectas de ecuación $3kx+2y-3k+4=0$.
12. Encuentra la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(5,8)$ y es paralela a la recta $-5x+4y-1=0$.
13. Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1-5\lambda \\ y = 2+\lambda \end{cases}$, obtén en forma explícita las siguientes rectas:
a) Paralela a r que pasa por $A(-1,-3)$.
b) Perpendicular a r que pasa por $B(-2,5)$.
14. De una cierta recta r conocemos su pendiente $m = \frac{2}{3}$. Halla la recta s en cada caso:
a) s es paralela a r y pasa por $(0,0)$.
b) s es perpendicular a r y pasa por $(1,2)$.

15. Halla, en cada caso, la ecuación implícita o general de la recta que pasa por el punto $P(1, -3)$ y es:
- Paralela a la recta $2x - 3y + 5 = 0$.
 - Perpendicular a la recta $x + y - 3 = 0$.
 - Paralela a la recta $2y - 3 = 0$.
 - Perpendicular a la recta $x + 5 = 0$.
16. El vector normal de la recta r es $\vec{n} = (2, -3)$. Obtén, en cada caso, la ecuación de la recta s .
- s es paralela a r y pasa por el punto $P(2, -3)$.
 - s es perpendicular a r y pasa por $Q(0, 1)$.
17. Halla la ecuación de la recta paralela a $2x - 3y = 0$ cuya ordenada en el origen es -2 .
18. Dados los puntos $A(0, 1)$ y $B(4, -3)$, halla la ecuación implícita de la recta perpendicular al segmento AB que pasa por su punto medio.
19. Dada la recta $4x + 3y - 6 = 0$, escribe la ecuación de la recta perpendicular a ella en el punto de corte con el eje de ordenadas.
20. Determina k para que la recta $r \equiv 3x + ky - 8 = 0$ sea perpendicular a la recta $s \equiv -5x + 3y - 11 = 0$.
21. Halla, en cada caso, el valor de k para que la recta $r \equiv y = kx + 1$ sea:
- Paralela al eje X .
 - Perpendicular a la recta $2x + 3y + 7 = 0$.
22. Encuentra la recta que pasa por el punto $A(2, -3)$ y que es paralela a la recta $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$.
23. De un triángulo conocemos el vértice $A(1, 3)$ y la recta $r \equiv 2x - 3y + 6 = 0$ que contiene al lado BC . Halla la altura relativa al vértice A .
24. Calcula las ecuaciones de las mediatrices del triángulo de vértices $A(-1, -2)$, $B(3, 2)$ y $C(3, 4)$.
25. Halla el punto simétrico de $P(1, 1)$ respecto a la recta $x - 2y - 4 = 0$.
26. Calcula el baricentro del triángulo de vértices $A(2, 1)$, $B(6, 7)$, $C(7, -2)$.
27. Determina el ángulo que forman las rectas $2x + 3y + 6 = 0$ y $4x + y + 5 = 0$.
28. Calcula el simétrico del punto $A(3, -5)$ respecto a la recta $2x - 4y - 7 = 0$.
29. ¿Qué ángulo forma la recta $3x - 2y + 6 = 0$ con el eje de abscisas?
30. ¿Qué ángulo forma la recta $2x - y + 5 = 0$ con el eje de ordenadas?
31. Dadas las rectas $r \equiv mx - 2y + 5 = 0$ y $s \equiv nx + 6y - 8 = 0$, calcula m y n sabiendo que r pasa por el punto $P(1, 4)$ y que r y s forman un ángulo de 45° .
32. Las rectas $r \equiv 3x - 2y + 6 = 0$, $s \equiv 2x + y - 6 = 0$ y $t \equiv 2x - 5y - 4 = 0$ son los lados de un triángulo. Halla sus ángulos.
33. Calcula k de modo que la distancia entre los puntos $A(5, k)$ y $B(3, -2)$ sea igual a 2.
34. Halla la longitud del segmento que determina la recta $x - 2y + 5 = 0$ al cortar a los ejes de coordenadas.
35. Determina c para que la distancia de $r \equiv x - 3y + c = 0$ al punto $(6, 2)$ sea de $\sqrt{10}$ unidades.

36. Comprueba que el triángulo de vértices $A(-3,1)$, $B(0,5)$ y $C(4,2)$ es rectángulo y calcula su área.
37. Dado el triángulo de vértices $A(0,0)$, $B(4,3)$ y $C(6,8)$, calcula su área.
38. En el triángulo de vértices $A(-1,-1)$, $B(2,4)$ y $C(4,1)$, halla las longitudes de la mediana y de la altura que parten de B .
39. En un triángulo equilátero conocemos dos vértices, $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$ y $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$. Halla el tercer vértice.
40. Un rombo tiene dos vértices opuestos en los puntos $B(3,2)$ y $D(5,4)$. El vértice A está en el eje X . Determina los vértices A y C .
41. Encuentra las rectas que pasan por el punto $(1,1)$ y que distan 2 del punto $(2,3)$.
42. Dado el triángulo de vértices $A(-1,-1)$, $B(2,3)$ y $C(6,-4)$, determina:
- La ecuación de la recta que contiene la mediatriz del segmento BC .
 - La ecuación de la recta que contiene la mediana que sale del vértice A .
43. Determina el valor de k para que la distancia de la recta $r \equiv 3x + ky - 8 = 0$ al punto $A(2,-3)$ sea igual a 3.
44. Los vértices opuestos de un cuadrado son $A(1,9)$ y $C(11,3)$. Determina sus otros vértices, el perímetro y el área.
45. Un paralelogramo tiene un vértice en el punto $A(3,2)$ y dos lados del paralelogramo están contenidos en las rectas $r \equiv 2x + 3y - 7 = 0$ y $s \equiv x - 3y + 4 = 0$. Determina las ecuaciones de las rectas que contienen los otros lados.
46. Calcula las ecuaciones de las alturas del triángulo de vértices $A(-2,1)$, $B(4,7)$ y $C(6,-3)$. Halla el ortocentro.
47. Da las ecuaciones de las mediatrices del triángulo de vértices $A(-4,-2)$, $B(4,-2)$ y $C(2,4)$. Halla el circuncentro.
48. La recta $2x + 3y - 6 = 0$ determina, al cortar a los ejes de coordenadas, el segmento AB . Halla la ecuación de la mediatriz de AB .
49. Halla el pie de la perpendicular trazada desde $P(1,-2)$ a la recta $r \equiv x - 2y + 4 = 0$.
50. De un rombo $ABCD$ sabemos que los vértices B y D están en la recta $r \equiv y = 2x + 2$ y que $A(4,0)$. Halla las coordenadas de C .
51. El lado desigual de un triángulo isósceles ABC , tiene por extremos $A(1,-2)$ y $B(4,3)$. El vértice C está en la recta $3x - y + 8 = 0$. Halla las coordenadas de C y el área del triángulo.
52. Calcula c para que la distancia entre las rectas de ecuaciones $4x + 3y - 6 = 0$ y $4x + 3y + c = 0$ sea igual a 3.
53. Determina, en cada caso, un punto P de la recta $r \equiv y = -x + 1$ tal que:
- La distancia de P a $s \equiv 3x - 4y + 2 = 0$ sea 1.
 - P diste 3 unidades del eje X .
 - La distancia de P al eje Y sea 4 unidades.
 - P equidiste de las rectas $x - y + 5 = 0$ y $x + y + 1 = 0$.

Soluciones

1. a) Ecuación vectorial: $(x, y) = (-3, 7) + \lambda(4, -1)$. Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = -3 + 4\lambda \\ y = 7 - \lambda \end{cases}$
- b) Ecuación vectorial: $(x, y) = (-1, 0) + \lambda(0, 2)$. Ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2\lambda \end{cases}$
2. a) Vectorial: $(x, y) = (6, -2) + \lambda(-6, 7)$. Paramétricas: $\begin{cases} x = 6 - 6\lambda \\ y = -2 + 7\lambda \end{cases}$. Continua: $\frac{x-6}{-6} = \frac{y+2}{7}$.
- Implícita: $7x + 6y - 30 = 0$. Explícita: $y = -\frac{7}{6}x + 5$.
- b) Vectorial: $(x, y) = (3, 2) + \lambda(0, 4)$. Paramétricas: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 + 4\lambda \end{cases}$. Continua: $\frac{x-3}{0} = \frac{y-2}{4}$.
- Implícita: $x - 3 = 0$. Esta recta no tiene forma explícita (es una recta paralela al eje Y).
- c) Vectorial: $(x, y) = (0, 0) + \lambda(8, 0)$. Paramétricas: $\begin{cases} x = 8\lambda \\ y = 0 \end{cases}$. Continua: $\frac{x-0}{8} = \frac{y-0}{0} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{0}$.
- Implícita y explícita: $y = 0$ (se trata del eje X).
- d) Vectorial: $(x, y) = (0, 0) + \lambda(0, -2)$. Paramétricas: $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2\lambda \end{cases}$. Continua: $\frac{x-0}{0} = \frac{y-0}{-2} \Rightarrow \frac{x}{0} = \frac{y}{-2}$.
- Implícita: $x = 0$. Esta recta no tiene forma explícita (se trata del eje Y).
3. Eje X . Paramétricas: $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 0 \end{cases}$. Implícita: $y = 0$.
- Eje Y . Paramétricas: $\begin{cases} x = 0 \\ y = \lambda \end{cases}$. Implícita: $x = 0$.
4. a) Vector normal: $\vec{n} = (1, 2)$. Ecuación implícita: $x + 2y - 1 = 0$.
- b) Vector normal: $\vec{n} = (5, 1)$. Ecuación implícita: $5x + y - 3 = 0$.
5. a) Vector de dirección: $\vec{u} = (2, 5)$. Vector normal: $\vec{n} = (-5, 2)$. Pendiente: $m = \frac{5}{2}$.
- b) Vector de dirección: $\vec{u} = (2, 4)$. Vector normal: $\vec{n} = (-4, 2)$. Pendiente: $m = 2$.
- c) Vector de dirección: $\vec{u} = (0, 1)$. Vector normal: $\vec{n} = (-1, 0)$. Pendiente: no se puede calcular porque es una recta vertical.
- a) Vector de dirección: $\vec{u} = (3, 1)$. Vector normal: $\vec{n} = (1, -3)$. Pendiente: $m = \frac{1}{3}$.
6. a) Punto: $A(1, 2)$. Vector director: $\vec{u} = (2, 3)$. Paramétricas: $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 + 3\lambda \end{cases}$. Continua: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3}$.
- b) Punto: $A(0, 5)$. Vector director: $\vec{u} = (1, 2)$. Paramétricas: $\begin{cases} x = \lambda \\ y = 5 + 2\lambda \end{cases}$. Continua: $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{2}$.

c) Punto: $A(3,0)$. Vector director: $\vec{u} = (0,1)$. Paramétricas: $\begin{cases} x = 3 \\ y = \lambda \end{cases}$. Continua: $\frac{x-3}{0} = \frac{y}{1}$.

d) Punto: $A(0,1)$. Vector director: $\vec{u} = (3,2)$. Paramétricas: $\begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 1+2\lambda \end{cases}$. Continua: $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{2}$.

7. $k = -1$.

8. $\begin{cases} x = 4\lambda \\ y = -2+3\lambda \end{cases}$

9. Ecuación explícita: $y = -\frac{3}{5}x - \frac{13}{5}$. Pendiente: $-\frac{3}{5}$. Punto de corte con el eje X : $\left(-\frac{13}{3}, 0\right)$.

Punto de corte con el eje Y : $\left(0, -\frac{13}{5}\right)$.

10. a) Ecuación del haz de rectas: $\lambda(x-3) + \mu(x+2) = 0$. O bien: $y+2 = m(x-3) \Rightarrow y = -2 + m(x-3)$.

b) La recta del haz que pasa por el punto $(-1,5)$ es $7x+4y-13=0$.

c) La recta del haz paralela a $2x+y=0$ es la recta $2x+y-4=0$.

d) La recta del haz cuya distancia al origen es igual a 3 es la recta $5x-12y-39=0$.

11. El centro del haz es el punto $(1,-2)$.

12. $5x-4y+7=0$.

13. a) $y = -\frac{1}{5}x - \frac{16}{5}$; b) $y = 5x+15$.

14. a) $y = \frac{2}{3}x$; b) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$.

15. a) $2x-3y-11=0$; b) $x-y-4=0$; c) $y+3=0$; d) $y+3=0$.

16. a) $2x-3y-13=0$; b) $3x+2y-2=0$.

17. $2x-3y-6=0$.

18. $x-y-3=0$.

19. $3x-4y+8=0$.

20. $k = 5$.

21. a) $k = 0$; b) $k = \frac{3}{2}$

22. $3x+4y+6=0$.

23. $3x+2y-9=0$.

24. Mediatriz correspondiente al lado AB : $x+y-1=0$. Mediatriz correspondiente al lado AC : $2x+3y-5=0$.
Mediatriz correspondiente al lado BC : $y-3=0$.

25. El simétrico de $P(1,1)$ respecto a la recta $x-2y-4=0$ es el punto $S(3,-3)$.

26. El baricentro es el punto $B(5,2)$.

27. $42,27^\circ \cong 42^\circ 16' 25''$.

28. El simétrico del punto $A(3, -5)$ respecto a la recta $2x - 4y - 7 = 0$ es el punto $\left(-\frac{4}{5}, \frac{13}{5}\right)$.
29. $56,31^\circ = 56^\circ 18' 36''$.
30. $26,565^\circ = 26^\circ 33' 54''$.
31. $m = 3$. Para el valor de n hay dos posibilidades: $n = -\frac{6}{5}$ o $n = 30$.
32. El ángulo formado por r y s es $60,26^\circ$, el ángulo formado por r y t es $34,51^\circ$ y el ángulo formado por s y t es $85,24^\circ$.
33. $k = -2$.
34. La longitud del segmento es $\frac{5\sqrt{5}}{2} \cong 5,59$.
35. Hay dos posibles soluciones: $c = -10$, $c = 10$.
36. Es fácil comprobar que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ y que, por tanto, los lados AB y BC son perpendiculares, es decir, que el triángulo ABC es rectángulo en el vértice B . Su área será $\frac{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}|}{2} = \frac{25}{2} = 12,5u^2$.
37. El área del triángulo es $7u^2$.
38. Longitud de la mediana que parte de B : $\frac{\sqrt{65}}{2} \cong 4,03$. Altura que parte de B : $\frac{19\sqrt{29}}{29} \cong 3,53$.
39. Hay dos soluciones para el tercer vértice: $C\left(0, \frac{3}{2}\right)$ y $C\left(0, -\frac{3}{2}\right)$.
40. Los vértices restantes son $A(7, 0)$ y $C(1, 6)$.
41. Hay dos rectas que cumplen la condición que se pide: $y - 1 = 0$ y $4x + 3y - 7 = 0$.
42. a) $8x - 14y - 39 = 0$; b) $x - 10y - 9 = 0$.
43. $k = \frac{77}{12}$.
44. Los otros dos vértices del cuadrado son $B(9, 11)$ y $D(3, 1)$. El perímetro es $8\sqrt{17}u$ y el área es $68u^2$.
45. Las ecuaciones de las rectas que contienen los otros lados del paralelogramo son $x - 3y + 3 = 0$ y $2x + 3y - 12 = 0$.
46. Altura correspondiente al vértice A : $x - 5y + 7 = 0$. Altura correspondiente al vértice B : $2x - y - 1 = 0$. Altura correspondiente al vértice C : $x + y - 3 = 0$. Ortocentro: $\left(\frac{4}{3}, \frac{5}{3}\right)$.
47. Mediatriz correspondiente al segmento AB : $x = 0$. Mediatriz correspondiente al segmento AC : $x + y = 0$. Mediatriz correspondiente al segmento BC : $x - 3y = 0$. El circuncentro es el origen de coordenadas: $O(0, 0)$.
48. La ecuación de la mediatriz de AB es $6x - 4y - 5 = 0$.
49. El pie de la perpendicular trazada desde $P(1, -2)$ a la recta $r \equiv x - 2y + 4 = 0$ es el punto donde la recta perpendicular a r que pasa por P corta precisamente a r . En este caso es el punto $\left(-\frac{4}{5}, \frac{8}{5}\right)$.
50. $C = (-4, 4)$.

51. $C = \left(-\frac{5}{3}, 3\right)$. Área del triángulo: $14,17 \text{ u}^2$.

52. Hay dos posibles soluciones para c : $c = 9$, $c = -21$.

53. a) Hay dos puntos posibles: $P_1(1, 0)$ y $P_2\left(-\frac{3}{7}, \frac{10}{7}\right)$.

b) Hay dos puntos posibles: $P_1(-2, 3)$ y $P_2(4, -3)$.