1. Halla, exactamente, los valores absolutos de los siguientes números:

   a) $|-11|$; b) $|\pi|$; c) $|-\sqrt{5}|$; d) $|0|$; e) $|3-\pi|$; f) $|3-\sqrt{2}|$; g) $|1-\sqrt{2}|$; h) $|\sqrt{2}-\sqrt{3}|$; i) $|7-\sqrt{50}|$

2. Averigua para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones. En los casos que se pueda, expresa la solución en forma de intervalo o de unión de intervalos.

   a) $|x|=5$; b) $|x|\le 5$; c) $|x-4|=2$; d) $|x-4|\le 2$; e) $|x-4|>2$; f) $|x+4|>5$; g) $|x|<7$; h) $|x|\ge 5$;
   i) $|2x|<8$; j) $|x-1|\le 6$; k) $|x+2|>9$; l) $|x-5|\ge 1$; m) $|x-2|=5$; n) $|x-4|\le 7$; ñ) $|x+3|\ge 6$

3. Halla la distancia entre los siguientes pares de números:

   a) 7 y 3 ; b) 5 y 11 ; c) -3 y -9 ; d) -3 y 4

4. Calcula en notación científica sin usar la calculadora. Expresa el resultado en notación científica.

   a) $(800000:0,0002)\cdot 0,5\cdot 10^{12}$; b) $0,486\cdot 10^{-5}+93\cdot 10^{-9}-6\cdot 10^{-7}$

5. Opera con la calculadora utilizando tres cifras significativas:

   a) $(3,87\cdot 10^{15}\cdot 5,96\cdot 10^{-9}):(3,941\cdot 10^{-6})$; b) $8,93\cdot 10^{-10}+7,64\cdot 10^{-10}-1,42\cdot 10^{-9}$

6. Efectúa y da el resultado en notación científica con tres cifras significativas. Determina también, en cada caso, una cota del error absoluto y otra del error relativo cometidos.

   a) $\dfrac{(3,12\cdot 10^{-5}+7,03\cdot 10^{-4})8,3\cdot 10^{8}}{4,32\cdot 10^{3}}$; b) $\dfrac{(12,5\cdot 10^{7}-8\cdot 10^{9})(3,5\cdot 10^{-5}+185)}{9,2\cdot 10^{6}}$; c) $\dfrac{5,431\cdot 10^{3}-6,51\cdot 10^{4}+385\cdot 10^{2}}{8,2\cdot 10^{-3}-2\cdot 10^{-4}}$

7. Ordena de mayor a menor los números de cada apartado. Para ello, pasa a notación científica los que no lo estén.

   a) $3,27\cdot 10^{13}$; $85,7\cdot 10^{13}$; $453\cdot 10^{11}$; b) $1,19\cdot 10^{-9}$; $0,05\cdot 10^{-7}$; $2000\cdot 10^{-12}$

8. Efectúa la siguiente operación y expresa el resultado en notación científica con cuatro cifras significativas:

$$\frac{2\cdot 10^{-7}-3\cdot 10^{-5}}{4\cdot 10^{6}+10^{5}}$$

9. Expresa en notación científica y calcula el valor de $\dfrac{60000^{3}\cdot 0,00002^{4}}{100^{2}\cdot 72000000\cdot 0,0002^{5}}$.

10. Considera los números $A=3,2\cdot 10^{7}$, $B=5,28\cdot 10^{4}$ y $C=2,01\cdot 10^{5}$. Calcula el valor de $\dfrac{B+C}{A}$. Expresa el resultado con tres cifras significativas y da una cota del error absoluto y otra del error relativo cometidos.

11. Si $A=3,24\cdot 10^{6}$, $B=5,1\cdot 10^{-5}$, $C=3,8\cdot 10^{11}$ y $D=6,2\cdot 10^{-6}$, calcula $\left(\dfrac{A}{B}+C\right)\cdot D$. Expresa el resultado con tres cifras significativas y da una cota del error absoluto y otra del error relativo cometidos.

12. Aproxima estos números de forma que el error absoluto E_a sea menor que el indicado en cada caso:

    a) π , $E_a=0,001$; b) $\sqrt{3}$, $E_a=0,01$; c) $0,0072$, $E_a=0,1$; d) $\dfrac{11}{7}$, $E_a=0,0001$

13. Di una cota del error absoluto y otra del error relativo en las siguientes mediciones:

    a) La superficie de esta casa es de $96,4\ \mathrm{m}^2$.

    b) Por la gripe se han perdido 37 millones de horas de trabajo.

    c) Juana gana diecinueve mil euros al año.

14. Encuentra el valor de $\frac{\sqrt{7}}{3}$ redondeándolo a tres cifras decimales. ¿Cuáles son el error absoluto y el relativo de esta aproximación?
15. Al medir la longitud de una calle, obtuvimos $1500\ \text{m}$, con un error absoluto menor que $2\ \text{m}$. Al medir la altura de una habitación, obtuvimos $2,80\,\text{m}$, con un error absoluto menor que $2\ \text{cm}$. ¿Qué medida se hizo con más precisión?
    Sugerencia: *calcula la cota del error relativo, tomando como valor real el obtenido al medir, que es una aproximación. La medida más precisa es la que tenga más pequeña la cota del error relativo.*
16. Si tomamos para la gravedad $10\ \text{m/s}^2$ en lugar de $9,8\,\text{m/s}^2$, ¿qué error relativo cometemos?
17. Si nos dan como velocidad de la luz $c = 299800\ \text{km/s}$, con un error absoluto menor que $10\ \text{km/s}$, ¿cuál es el intervalo en el que está la velocidad de la luz? Expresa c con tres cifras significativas.
18. Un profesor mide cuidadosamente la longitud de una varita con una cinta métrica y después mide el grueso de un alambre con un pie de rey. Las medidas encontradas son $82,4\ \text{cm}$ y $1,45\ \text{mm}$. Calcula el error absoluto y el error relativo de cada medida. ¿Cuál de las dos medidas es más precisa?
19. Tenemos un hilo de cobre de $3\ \text{mm}$ de diámetro. ¿Qué longitud debemos tomar para que la resistencia sea de $20\ \Omega$ (veinte ohmios)?
    Dato: *resistividad del cobre*: $\rho = 1,7\cdot 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$. La resistencia viene dada por la fórmula $R = \frac{\rho\cdot l}{s}$, donde l es la longitud y s la sección del hilo.
20. La velocidad mínima que debe llevar un cuerpo para que escape del campo gravitatorio terrestre, es $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, en la que $G = 6,67\cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2$ es la constante de gravitación universal, $M = 5,98\cdot 10^{24}\ \text{kg}$ es la masa de la Tierra y $R = 6370\ \text{km}$ es el radio de la tierra. Expresa el radio en metros y calcula v.

Soluciones

1. a) 11 ; b) π ; c) $\sqrt{5}$; d) 0 ; e) $\pi-3$; f) $3-\sqrt{2}$; g) $\sqrt{2}-1$; h) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$; i) $\sqrt{50}-7$
2. a) $x=5,\ x=-5$; b) $[-5\ ,\ 5]$; c) $x=6\ ,\ x=2$; d) $[2\ ,\ 6]$; e) $(-\infty\ ,\ 2)\cup(6\ ,\ +\infty)$;

   f) $(-\infty\ ,\ -9)\cup(1\ ,\ +\infty)$; g) $(-7\ ,\ 7)$; h) $(-\infty\ ,\ -5]\cup[5\ ,\ +\infty)$; i) $(-4\ ,\ 4)$; j) $[-5\ ,\ 7]$;

   k) $(-\infty\ ,\ -11)\cup(7\ ,\ +\infty)$; l) $(-\infty\ ,\ 4]\cup[6\ ,\ +\infty)$; m) $x=7,\ x=-3$; n) $[-3\ ,\ 11]$;

   ñ) $(-\infty\ ,\ -9]\cup[3\ ,\ +\infty)$.
3. a) 4 ; b) 6 ; c) 6 ; d) 7.
4. a) $2\cdot 10^{21}$; b) $4,353\cdot 10^{-6}$.
5. a) $5,85\cdot 10^{12}$; b) $2,37\cdot 10^{-10}$.
6. a) $1,41\cdot 10^{2}$, $E_a<0,5$, $E_r<0,00355$; b) $-1,58\cdot 10^{5}$, $E_a<500$, $E_r<3,16\cdot 10^{-3}$;

   c) $-2,65\cdot 10^{6}$, $E_a<5000$, $E_r<1,89\cdot 10^{-3}$.
7. a) $85,7\cdot 10^{13}>453\cdot 10^{11}>3,27\cdot 10^{13}$; b) $0,05\cdot 10^{-7}>2000\cdot 10^{-12}>1,19\cdot 10^{-9}$.
8. $-7,268\cdot 10^{-12}$.
9. $1,5\cdot 10^{2}=150$.
10. $\dfrac{B+C}{A}=7,93\cdot 10^{-3}$, $E_a<5\cdot 10^{-6}$, $E_r<6,31\cdot 10^{-4}$.
11. $\left(\dfrac{A}{B}+C\right)\cdot D=2,75\cdot 10^{6}$, $E_a<5000$, $E_r<1,82\cdot 10^{-3}$.
12. a) Por ejemplo, $3,141$ ya que, en este caso, una cota del error es $0,0005$, que es menor que $0,001$. Sería solución cualquier número comprendido entre $\pi-0,001$ y $\pi+0,001$.

    b) Por ejemplo, $1,73$ ya que, en este caso, una cota del errror es $0,005$, que es menor que $0,01$. Sería solución cualquier número comprendido entre $\sqrt{3}-0,01$ y $\sqrt{3}+0,01$.

    c) Por ejemplo, $0,007$ ya que, en este caso, una cota del error es $0,0005$, que es menor que $0,1$. Sería solución cualquier número comprendido entre $0,0072-0,1$ y $0,0072+0,1$, es decir, entre $-0,0928$ y $0,1072$

    d) Por ejemplo, $1,5714$ ya que, en este caso, una cota del error es $0,00005$, que es menor que $0,0001$. Sería solución cualquier número comprendido entre $\dfrac{11}{7}-0,0001$ y $\dfrac{11}{7}+0,0001$.
13. a) $E_a<0,05\ \text{m}^2$, $E_r<0,00052$; b) $E_a<500000$ horas , $E_r<0,014$;

    c) Si suponemos que los tres ceros finales se han utilizado para poder expresar la cantidad (es decir, que se trata de 19 mil €, redondeando a los “miles de euros”), entonces: $E_a<0,5$ miles de euros $=500$ € , $E_r<0,027$.
    Si suponemos que es 19000 € exactamente: $E_a<0,5$ €, $E_r<0,000027$.
14. $0,882$, $E_a<0,000083$, $E_r<0,000095$.

15. La medida más precisa es la primera.
16. $E_r < 0,021 = 2,1\%$
17. $(299790\ ,\ 299810)$, $3,00 \cdot 10^5$
18. Primera medida: $E_a < 0,05$ cm, $E_r < 0,065\%$. Segunda medida: $E_a < 0,005$ mm, $E_r < 0,35\%$. La medida más precisa es la primera.
19. $3,53 \cdot 10^6$ m. Unos 3530 kilómetros de hilo.
20. Aproximadamente $v = 11191$ m/s. Es decir, unos 40288 km/h.