

Unidad imaginaria: $i = \sqrt{-1}$. **Potencias de la unidad imaginaria:** $i^0 = 1, i^1 = i, i^2 = -1, i^3 = -i$. A partir de i^4 vuelven a repetirse: $i^4 = 1, i^5 = i, i^6 = -1, i^7 = -i, \dots$, y así sucesivamente.

Forma binómica de un número complejo: $z = a + bi$ (a es la parte real y b es la parte imaginaria).

Operaciones en forma binómica:

- 1) **Suma:** $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$
- 2) **Producto o multiplicación:** $(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$
- 3) **Cociente o división:** $\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$

Forma polar de un número complejo: $z = r_\theta$ (r recibe el nombre de **módulo** y θ recibe el nombre de **argumento**).

El **argumento principal** es un ángulo entre 0° y 360° : $\theta \in [0^\circ, 360^\circ)$. El resto de argumentos son $\theta + 360^\circ k$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Se tienen las siguientes relaciones entre módulo, argumento, parte real y parte imaginaria de un número complejo:

$$\left[\begin{array}{l} r = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \theta = \arctg \frac{b}{a} \end{array} \right]; \left[\begin{array}{l} a = r \cos \theta \\ b = r \sin \theta \end{array} \right]$$

Forma trigonométrica: $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$.

Operaciones en forma polar:

- 1) **Producto o multiplicación:** $r_\alpha \cdot r'_\beta = (r \cdot r')_{\alpha + \beta}$
- 2) **Cociente o división:** $\frac{r_\alpha}{r'_\beta} = \left(\frac{r}{r'} \right)_{\alpha - \beta}$
- 3) **Potenciación:** $(r_\alpha)^n = r^n_{n\alpha}$

Uso de la potenciación para la obtención de la fórmula de Moivre:

Si $z = r_\theta$, por un lado: $z^n = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$

y, por otro lado: $z^n = (r_\theta)^n = r^n_{n\theta} = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$

De lo anterior se deduce que $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = (\cos n\theta + i \sin n\theta)$, conocida como **fórmula de Moivre**.

$$4) \text{ **Radicación: } r_\alpha = \sqrt[n]{R_\beta} \Leftrightarrow (r_\alpha)^n = R_\beta \Leftrightarrow r^n_{n\alpha} = R_\beta \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r^n = R \\ n\alpha = \beta \end{array} \right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} r = \sqrt[n]{R} \\ \alpha = \frac{\beta}{n} (*) \end{array} \right]**$$

(*) Como los argumentos de R_β pueden ser de la forma $\beta + 360^\circ k$ ($k \in \mathbb{Z}$), para obtener los n argumentos de r_α (que darán lugar a las n raíces de r_α), se procede del siguiente modo:

$$\left[\begin{array}{l} k = 0 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\beta}{n} \\ k = 1 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\beta + 360^\circ}{n} \\ \vdots \\ k = n - 1 \Rightarrow \alpha_n = \frac{\beta + 360^\circ \cdot (n - 1)}{n} \end{array} \right] \text{ con lo que las } n \text{ raíces } n\text{-ésimas de } R_\beta \text{ serán: } \left[\begin{array}{l} r_{\alpha_1} \\ r_{\alpha_2} \\ \vdots \\ r_{\alpha_n} \end{array} \right]$$