Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Realiza las siguientes operaciones simplificando en todo momento los pasos intermedios y el resultado: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) $$\frac{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{4}-\frac{1}{3}\div\frac{1}{4}}{\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{4}{3}\div\frac{1}{9}}=$$

b) $$\frac{\frac{3^3\cdot 5^2}{2^{-1}}}{\frac{3^2\cdot 5}{2^{-2}}}\cdot\frac{2^2}{3\cdot 5}=$$

2. Contesta a los siguientes apartados con radicales simplificando siempre el resultado todo lo posible: **(1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

a) Simplificar: $\sqrt{ab\sqrt{8ab\sqrt{4a^2b^2}}}=$

b) Operar: $-\sqrt{8}+\sqrt{18}+\sqrt{32}-6\sqrt{2}=$

c) Racionalizar: $\dfrac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\dfrac{(x-1)^2}{2}-\dfrac{(1+2x)^2}{3}=-2-\dfrac{(2x-1)(2x+1)}{3}$ **(1 punto)**

b) $\sqrt{x}-2=\sqrt{x-8}$ **(0,5 puntos)**

4. Dos números suman 22 y la diferencia de sus cuadrados es 44. Halla estos números. **(1 punto)**

5. Realiza la siguiente división: $\left(-2x^5-x^3-3x+4\right)\div\left(x^2-2x-3\right)$, indicando claramente el cociente y el resto de la misma. **(0,5 puntos)**

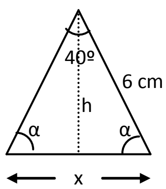
6. Simplifica la siguiente fracción algebraica, factorizando previamente numerador y denominador: **(1 punto)**

$$\frac{x^4-2x^3-7x^2+20x-12}{x^3-2x^2-x+2}$$

7. Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado, dando las soluciones en forma gráfica y de intervalo: **(1 punto)**

$$\frac{x^2+2}{3}+\frac{x+7}{12}\geq 1+\frac{x^2+1}{4}$$

8. En el triángulo de la figura hallar: **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**
   a) α y x.
   b) h y área del triángulo.



9. Dada la función parabólica: $y=-x^2-2x+3$, se pide: **(1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado)**
   a) Vértice de la parábola.
   b) Puntos de corte con los ejes.
   c) Representación gráfica.

Soluciones:

1. a) $$\frac{\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{4}-\frac{1}{3}\div\frac{1}{4}}{\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{4}{3}\div\frac{1}{9}}=\frac{\frac{1}{6}+\frac{2}{12}-\frac{4}{3}}{\left(\frac{18}{12}-\frac{2}{12}+\frac{3}{12}\right)\cdot\frac{4}{3}\div\frac{1}{9}}=\frac{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{4}{3}}{\frac{19}{12}\cdot\frac{4}{3}\div\frac{1}{9}}=\frac{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{8}{6}}{\frac{76}{36}\div\frac{1}{9}}=\frac{-\frac{6}{6}}{\frac{19}{9}\div\frac{1}{9}}=$$
$$=\frac{-1}{\frac{19\cdot 9}{9}}=-\frac{1}{19}.$$

b) $$\frac{\frac{3^3\cdot 5^2}{2^{-1}}}{\frac{3^2\cdot 5}{2^{-2}}}\cdot\frac{2^2}{3\cdot 5}=\frac{3^3\cdot 5^2\cdot 2^{-2}\cdot 2^2}{2^{-1}\cdot 3^2\cdot 5\cdot 3\cdot 5}=\frac{3^3\cdot 5^2\cdot 2^0}{2^{-1}\cdot 3^3\cdot 5^2}=2.$$

2. a) $$\sqrt{ab\sqrt{8ab\sqrt{4a^2b^2}}}=\sqrt{\sqrt{2^3a^3b^3\sqrt{2^2a^2b^2}}}=\sqrt{\sqrt{\sqrt{2^8a^8b^8}}}=\sqrt[8]{2^8a^8b^8}=2ab.$$

b) $$-\sqrt{8}+\sqrt{18}+\sqrt{32}-6\sqrt{2}=-\sqrt{2^3}+\sqrt{3^2\cdot 2}+\sqrt{2^5}-6\sqrt{2}=-2\sqrt{2}+3\sqrt{2}+2^2\sqrt{2}-6\sqrt{2}=$$
$$=(-2+3+4-6)\sqrt{2}=-\sqrt{2}.$$

c) $$\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)}{\left(2+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)}=\frac{4-4\sqrt{2}+2}{4-2}=\frac{6-4\sqrt{2}}{2}=3-2\sqrt{2}.$$

3. a) $$\frac{(x-1)^2}{2}-\frac{(1+2x)^2}{3}=-2-\frac{(2x-1)(2x+1)}{3}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\frac{3\left(x^2-2x+1\right)}{6}-\frac{2\left(1+4x+4x^2\right)}{6}=-\frac{12}{6}-\frac{2\left(4x^2-1\right)}{6}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 3x^2-6x+3-2-8x-8x^2=-12-8x^2+2\Rightarrow 3x^2-14x+11=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=\frac{14\pm\sqrt{(-14)^2-4\cdot 3\cdot 11}}{2\cdot 3}=\frac{14\pm\sqrt{196-132}}{6}=\frac{14\pm\sqrt{64}}{6}=\frac{14\pm 8}{6}=\begin{cases}x_1=\frac{22}{6}=\frac{11}{3}\\ x_2=\frac{6}{6}=1\end{cases}$$

b) $$\sqrt{x}-2=\sqrt{x-8}\Rightarrow\left(\sqrt{x}-2\right)^2=\left(\sqrt{x-8}\right)^2=x-4\sqrt{x}+4=x-8\Rightarrow -4\sqrt{x}=-12\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\sqrt{x}=3\Rightarrow x=9.$$

4. Llamemos x al número mayor e y al número menor. Entonces $\left.\begin{matrix}x+y=22\\ x^2-y^2=44\end{matrix}\right\}$. Despejando x de la primera ecuación $x=22-y$. Sustituyendo en la segunda:

$$(22-y)^2-y^2=44\Rightarrow 484-44y+y^2-y^2=44\Rightarrow -44y=-440\Rightarrow y=10.$$

De aquí se tiene $x=22-10\Rightarrow x=12$.

5.
$$\begin{array}{rrrr|l}
-2x^5 & -x^3 & -3x & +4 & x^2-2x-3 \\
\cline{5-5}
2x^5-4x^4-6x^3 & & & & -2x^3-4x^2-15x-42 \\
\cline{1-4}
-4x^4-7x^3 & & -3x+4 & & \\
4x^4-8x^3-12x^2 & & & & \\
\cline{1-4}
-15x^3-12x^2-3x+4 & & & & \\
15x^3-30x^2-45x & & & & \\
\cline{1-4}
-42x^2-48x+4 & & & & \\
42x^2-84x-126 & & & & \\
\cline{1-4}
-132x-122 & & & &
\end{array}$$

Cociente: $C(x)=-2x^3-2x^2-11x-28$; Resto: $R(x)=-92x-80$

6. $$\frac{x^4-2x^3-7x^2+20x-12}{x^3-2x^2-x+2}=\frac{(x-1)(x+3)(x-2)^2}{(x+1)(x-1)(x-2)}=\frac{(x+3)(x-2)}{x+1}=\frac{x^2+x-6}{x+1}$$

7. $$\frac{x^2+2}{3}+\frac{x+7}{12}\geq 1+\frac{x^2+1}{4}\Rightarrow 4x^2+8+x+7\geq 12+3x^2+3\Rightarrow x^2+x\geq 0$$

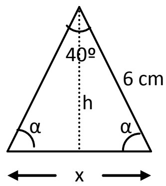
Las soluciones de $x^2+x=0$ son $x_1=-1$, $x_2=0$

Entonces, estudiando el signo de x^2+x en cada intervalo, tenemos:

$(-\infty,\ -1)$	$(-1,\ 0)$	$(0,\ +\infty)$
+	–	+

Por tanto la solución es: $(-\infty,\ -1]\cup[0,\ +\infty)$

8. Para hallar α basta observar que $2\alpha+40=180\Rightarrow\alpha=70^\text{o}$



Ahora $\cos 70=\dfrac{x/2}{6}\Rightarrow 6\cos 70=\dfrac{x}{2}\Rightarrow x=12\cos 70\Rightarrow x\cong 4{,}104\,\text{cm}$.

Además $\sin 70=\dfrac{h}{6}\Rightarrow h=6\sin 70\Rightarrow h\cong 5{,}638\,\text{cm}$.

Finalmente el área es $A=\dfrac{base\times altura}{2}=\dfrac{x\cdot h}{2}=\dfrac{4{,}104\cdot 5{,}638}{2}\cong 11{,}569\,\text{cm}^2$.

9. El vértice es $V=(-1,\ 4)$.

Punto de corte con el eje Y: $(0,\ 3)$.

Las soluciones de la ecuación $-x^2-2x+3=0$ son $x_1=-3$, $x_2=1$. Entonces los puntos de corte con el eje X son $(-3,\ 0)$ y $(1,\ 0)$.