Examen de Matemáticas – 4º de ESO – Opción B

1. Dados los polinomios $P(x) = 2x + 3$; $Q(x) = x^3 - 2x + 1$ y $R(x) = x^4 - 1$, calcula: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $P(x) \cdot Q(x) + 2R(x) =$

b) $R(x) - Q(x) \cdot (2 - P(X)) =$

2. Efectúa la división del polinomio $P(x) = 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1$ entre el polinomio $Q(x) = x^2 - 5x - 3$. Indica cuál es el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de esta división. **(1 punto)**

3. Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente C(x) y el resto R de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $-x^6 + 2x^4 - x^3 + 3x - 1$ dividido por $x + 2$

b) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{9}x + 3$ dividido por $x - 2$

4. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} - \frac{2x}{x - 3} - \frac{3x + 1}{x + 3} =$$

5. Factoriza los siguientes polinomios: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$

b) $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2$

6. El resto de la división del polinomio $P(x) = 3x^4 - kx^2 + 3x - 2$ entre $x - 2$ es igual a 10. Halla el valor de k. **(1 punto)**

7. El polinomio $x^2 + bx + c$ es divisible por $x + 1$. Además al dividirlo por $x - 1$ y por $x - 3$ se obtiene el mismo resto. ¿Cuánto valen b y c? **(1 punto)**

I.E.S. "Fernando de Mena" **Departamento de Matemáticas**

25 de enero de 2006

Examen de Matemáticas B **Curso: 4º de ESO D+E**

Apellidos:	**Calificación:**
Nombre:	

1. Dados los polinomios $P(x) = 2x + 3$; $Q(x) = x^3 - 2x + 1$ y $R(x) = x^4 - 1$, calcula: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $P(x) \cdot Q(x) + 2R(x) = (2x+3)(x^3-2x+1) + 2(x^4-1) =$

$= 2x^4 - 4x^2 + 2x + 3x^3 - 6x + 3 + 2x^4 - 2 =$

$= \underline{\underline{4x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 4x + 1}}$

b) $R(x) - Q(x) \cdot (2 - P(X)) = (x^4 - 1) - (x^3 - 2x + 1)(2 - (2x+3)) =$

$= x^4 - 1 - (x^3 - 2x + 1)(-2x - 1) =$

$= x^4 - 1 - (-2x^4 - x^3 + 4x^2 + 2x - 2x - 1) =$

$= x^4 - 1 + 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 2x + 2x + 1 =$

$= \underline{\underline{3x^4 + x^3 - 4x^2}}$

2. Efectúa la división del polinomio $P(x) = 4x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1$ entre el polinomio $Q(x) = x^2 - 5x - 3$. Indica cuál es el cociente $C(x)$ y el resto $R(x)$ de esta división. **(1 punto)**

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
4x^5 & -3x^4 & +2x^3 & & -5x & +1 & x^2-5x-3 \\
\cline{7-7}
-4x^5 & +20x^4 & +12x^3 & & & & 4x^3+17x^2+99x+546 \\
\hline
 & 17x^4 & +14x^3 & & -5x & +1 & \\
 & -17x^4 & +85x^3 & +51x^2 & & & \\
\hline
 & & 99x^3 & +51x^2 & -5x & +1 & \\
 & & -99x^3 & +495x^2 & +297x & & \\
\hline
 & & & 546x^2 & +292x & +1 & \\
 & & & -546x^2 & +2730x & +1638 & \\
\hline
 & & & & 3022x & +1639 &
\end{array}
$$

Cociente : $C(x) = 4x^3 + 17x^2 + 99x + 546$

Resto : $R(x) = 3022x + 1639$

3. Efectúa las siguientes divisiones usando la regla de Ruffini. Indica en los dos casos cuál es el cociente C(x) y el resto R de la división. **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $-x^6+2x^4-x^3+3x-1$ dividido por $x+2$

$$\begin{array}{r|rrrrrr|r} & -1 & 0 & 2 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ -2 & & 2 & -4 & 4 & -6 & 12 & -30 \\ \hline & -1 & 2 & -2 & 3 & -6 & 15 & \boxed{-31} \end{array}$$

Cociente: $C(x) = -x^5+2x^4-2x^3+3x^2-6x+15$

Resto: $R = -31$

b) $\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{9}x+3$ dividido por $x-2$

$$\begin{array}{r|rr|r} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{9} & 3 \\ 2 & & \frac{2}{3} & \frac{8}{9} \\ \hline & \frac{1}{3} & \frac{4}{9} & \boxed{\frac{35}{9}} \end{array}$$

Cociente: $C(x) = \frac{1}{3}x + \frac{4}{9}$

Resto $R = \frac{35}{9}$

4. Efectúa la siguiente operación con fracciones algebraicas: **(1 punto)**

$$\frac{x^2-3x}{x^2-9}-\frac{2x}{x-3}-\frac{3x+1}{x+3} = \frac{x^2-3x}{(x+3)(x-3)} - \frac{2x}{x-3} - \frac{3x+1}{x+3} =$$

$$= \frac{x^2-3x}{(x+3)(x-3)} - \frac{2x(x+3)}{(x+3)(x-3)} - \frac{(3x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2-3x-2x(x+3)-(3x+1)(x-3)}{(x+3)(x-3)} =$$

$$= \frac{x^2-3x-2x^2-6x-3x^2+9x-x+3}{(x+3)(x-3)} =$$

$$= \frac{-4x^2-x+3}{(x+3)(x-3)} = \frac{-4x^2-x+3}{x^2-9}$$

I.E.S. "Fernando de Mena" **Departamento de Matemáticas**

5. Factoriza los siguientes polinomios: **(2 puntos, 1 punto por apartado)**

a) $x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12$

$$
\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 1 & -5 & 3 & 13 & -8 & -12 \\
-1 & & -1 & 6 & -9 & -4 & 12 \\
\hline
 & 1 & -6 & 9 & 4 & -12 & \boxed{0} \\
-1 & & -1 & 7 & -16 & 12 & \\
\hline
 & 1 & -7 & 16 & -12 & \boxed{0} & \\
2 & & 2 & -10 & 12 & & \\
\hline
 & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} & & \\
2 & & 2 & -6 & & & \\
\hline
 & 1 & -3 & \boxed{0} & & & \\
3 & & 3 & & & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{0} & & & &
\end{array}
$$

Por tanto:

$x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 13x^2 - 8x - 12 =$

$= (x+1)(x+1)(x-2)(x-2)(x-3) =$

$= \underline{\underline{(x+1)^2(x-2)^2(x-3)}}$

b) $x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 = x^2(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)$

$$
\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 2 & -5 & -6 \\
-1 & & -1 & -1 & 6 \\
\hline
 & 1 & 1 & -6 & \boxed{0} \\
2 & & 2 & 6 & \\
\hline
 & 1 & 3 & \boxed{0} & \\
-3 & & -3 & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{0} & &
\end{array}
$$

Por tanto

$x^5 + 2x^4 - 5x^3 - 6x^2 = \underline{\underline{x^2(x+1)(x-2)(x+3)}}$

6. El resto de la división del polinomio $P(x) = 3x^4 - kx^2 + 3x - 2$ entre $x - 2$ es igual a 10. Halla el valor de k. **(1 punto)**

Por el teorema del resto $P(2) = 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3\cdot 2^4 - k\cdot 2^2 + 3\cdot 2 - 2 = 10 \Rightarrow 48 - 4k + 6 - 2 = 10$

$\Rightarrow -4k + 52 = 10 \Rightarrow -4k = -42 \Rightarrow k = \frac{-42}{-4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{\underline{k = \frac{21}{2}}}$

7. El polinomio $x^2 + bx + c$ es divisible por $x + 1$. Además al dividirlo por $x - 1$ y por $x - 3$ se obtiene el mismo resto. ¿Cuánto valen b y c? **(1 punto)**

El resto de dividir $x^2 + bx + c$ entre $x + 1$ es 0, entonces

$P(-1) = 0 \Rightarrow (-1)^2 + b(-1) + c = 0 \Rightarrow 1 - b + c = 0 \; (*)$

Además $P(1) = P(3) \Rightarrow 1^2 + b\cdot 1 + c = 3^2 + b\cdot 3 + c$

$\Rightarrow 1 + b + c = 9 + 3b + c \Rightarrow 1 + b = 9 + 3b$

$\Rightarrow -2b = 8 \Rightarrow \underline{\underline{b = -4}}$. Sustituyendo este valor en $(*)$ se obtiene: $1 - (-4) + c = 0 \Rightarrow 5 + c = 0$

$\Rightarrow \underline{\underline{c = -5}}$