Examen de Matemáticas – 3º de ESO

***Instrucciones**: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.*

1. Obtener el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 72 y 108. **(1 punto)**

2. Realiza la siguiente operación con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas. **(1 punto)**

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}:\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}+4\right)=$$

3. Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. Puedes dejar el resultado en forma de potencia de base y exponente positivo. **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) $\dfrac{\left(3^4\right)^{-3}\cdot 3^3}{3^{-10}}=$ b) $3^5\cdot 3^{-2}\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}=$

4. Dados los polinomios:

$$P(x)=-2x^4+x^2-3x+1,\ Q(x)=2x^3+x^2+1\ \ R(x)=-x^2-2x+2$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante. **(2 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

a) $P(x)-Q(x)-R(x)$ b) $Q(x)-2P(x)+3R(x)$

c) $Q(x)\cdot R(x)$ d) $\left[R(x)+Q(x)\right]\cdot P(x)$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones (la primera es de primer grado y la segunda de segundo grado): **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

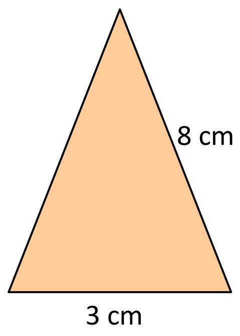
a) $\dfrac{x+4}{2}-\dfrac{6-x}{4}=\dfrac{1-3x}{5}+3$ b) $\dfrac{x^2-1}{2}-\dfrac{x-5}{6}=\dfrac{2}{3}(x+1)$

6. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método que consideres más adecuado: **(1 punto)**

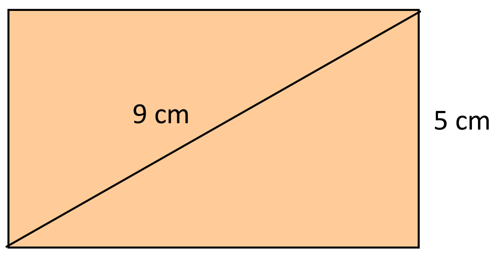
$$\left.\begin{aligned} x-2y=7 \\ \frac{2x+y}{4}-\frac{y-2}{2}=5-\frac{3x-5}{2} \end{aligned}\right\}$$

7. Halla el área de las figuras sombreadas. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) Triángulo isósceles:



b) Rectángulo:



Soluciones:

1. $72=2^3\cdot 3^2$, $108=2^2\cdot 3^3$; $mcd\left(72,\ 108\right)=2^2\cdot 3^2=36$, $mcm\left(72,108\right)=2^3\cdot 3^3=216$.

2. $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}:\frac{3}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}+4\right)=\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{10}{6}+4\right)=\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\cdot\left(\frac{3}{6}-\frac{10}{6}+\frac{24}{6}\right)=\frac{1}{3}+\frac{5}{6}\cdot\frac{17}{6}=$

$=\frac{1}{3}+\frac{85}{36}=\frac{12}{36}+\frac{85}{36}=\frac{97}{36}$.

3. a) $\frac{\left(3^4\right)^{-3}\cdot 3^3}{3^{-10}}=\frac{3^{-12}\cdot 3^3}{3^{-10}}=\frac{3^{-9}}{3^{-10}}=3^1=3$.

b) $3^5\cdot 3^{-2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=3^3\cdot\left(\frac{1}{3^{-2}}\right)=\frac{3^3}{3^{-2}}=3^5=243$.

4. a) $P(x)-Q(x)-R(x)=\left(-2x^4+x^2-3x+1\right)-\left(2x^3+x^2+1\right)-\left(-x^2-2x+2\right)=$

$=-2x^4+x^2-3x+1-2x^3-x^2-1+x^2+2x-2=-2x^4-2x^3+x^2-x-2$

b) $Q(x)-2P(x)+3R(x)=\left(2x^3+x^2+1\right)-2\left(-2x^4+x^2-3x+1\right)+3\left(-x^2-2x+2\right)=$

$=2x^3+x^2+1+4x^4-2x^2+6x-2-3x^2-6x+6=4x^4+2x^3-4x^2+5$

c) $Q(x)\cdot R(x)=\left(2x^3+x^2+1\right)\left(-x^2-2x+2\right)=$

$=-2x^5-4x^4+4x^3-x^4-2x^3+2x^2-x^2-2x+2=-2x^5-5x^4+2x^3+x^2-2x+2$

d) $\left[R(x)+Q(x)\right]\cdot P(x)=\left[\left(-x^2-2x+2\right)+\left(2x^3+x^2+1\right)\right]\left(-2x^4+x^2-3x+1\right)=$

$=\left(2x^3-2x+3\right)\left(-2x^4+x^2-3x+1\right)=-4x^7+2x^5-6x^4+2x^3+4x^5-2x^3+6x^2-2x$

$-6x^4+3x^2-9x+3=-4x^7+6x^5-12x^4+9x^2-11x+3$

5. a) $\frac{x+4}{2}-\frac{6-x}{4}=\frac{1-3x}{5}+3\Rightarrow 10\left(x+4\right)-5\left(6-x\right)=4\left(1-3x\right)+60\Rightarrow$

$\Rightarrow 10x+40-30+5x=4-12x+60\Rightarrow 15x+10\Rightarrow$

$\Rightarrow -12x+64\Rightarrow 15x+12x=64-10\Rightarrow\Rightarrow 27x=54\Rightarrow x=\frac{54}{27}\Rightarrow x=2$.

b) $\frac{x^2-1}{2}-\frac{x-5}{6}=\frac{2}{3}\left(x+1\right)\Rightarrow 3\left(x^2-1\right)-\left(x-5\right)=4\left(x+1\right)\Rightarrow$

$3x^2-3-x+5=4x+4\Rightarrow 3x^2-5x-2=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{\left(-5\right)^2-4\cdot 3\cdot\left(-2\right)}}{2\cdot 3}=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{6}=$

$$=\frac{5\pm 7}{6}=\begin{cases} x_1=\dfrac{12}{6}=2 \\ x_2=\dfrac{-2}{6}=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

6. $\left.\begin{array}{r} x-2y=7 \\ \dfrac{2x+y}{4}-\dfrac{y-2}{2}=5-\dfrac{3x-5}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-2y=7 \\ 2x+y-2(y-2)=20-2(3x-5)\end{array}\right\}\Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-2y=7 \\ 2x+y-2y+4=20-6x+10\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x-2y=7 \\ 8x-y=26\end{array}\right\}$. Despejando *x* de la primera ecuación $x=7+2y$.

Sustituyendo este valor en la segunda: $8(7+2y)-y=26\Rightarrow$

$\Rightarrow 56+16y-y=26\Rightarrow 15y=-30\Rightarrow y=\dfrac{-30}{15}\Rightarrow y=-2$. De aquí se obtiene el valor de la incógnita *x*: $x=7+2y\Rightarrow x=7+2(-2)=7-4\Rightarrow x=3$.

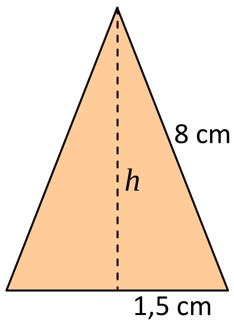
7. a) Hallemos la altura *h* utilizando el teorema de Pitágoras:

$8^2=h^2+1{,}5^2\Rightarrow h^2=64-2{,}25\Rightarrow h^2=61{,}75$

$\Rightarrow h=\sqrt{61{,}75}\Rightarrow h\cong 7{,}858$ cm.

Por tanto el área del triángulo es

$A=\dfrac{base\times altura}{2}=\dfrac{3\cdot 7{,}858}{2}=11{,}787$ cm^2.



b) El lado *a* del rectángulo lo hallaremos utilizando el teorema de Pitágoras:

$9^2=5^2+a^2\Rightarrow a^2=81-25\Rightarrow a^2=56\Rightarrow$

$\Rightarrow a=\sqrt{56}\cong 7{,}48$ cm.

Por tanto el área del rectángulo es

$A=base\cdot altura=7{,}48\cdot 5=37{,}4$ cm^2.