Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II – 2º Bachillerato B
Primer Examen de la Segunda Evaluación – 27 de enero de 2014

1. **[2,5 puntos]** Se dispone de tres cajas A, B y C con monedas de 1 euro. Se sabe que en total hay 36 euros. En la caja A hay dos monedas más que en las otras dos juntas. Si se traslada una moneda de la caja B a la caja A, ésta última tendrá el doble de monedas que B. Averigua cuántas monedas había en cada caja.

2. **[2,5 puntos]** Halla tres números sabiendo que el primero es igual a dos veces el segundo más la mitad del tercero, que la suma del segundo y del tercero es igual al primero más 1 y que, si al segundo se le resta la suma del primero con el tercero, el resultado es 5.

3. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

   a) **[1 punto]** Realiza la siguiente operación: $AB-C$

   b) **[1 punto]** Despeja X de la ecuación $ABX-CX=2C$

   c) **[0,5 puntos]** Halla el valor de X .

4. **[2,5 puntos]** Despeja X y halla su valor en la ecuación matricial: $AX-3I=-X$, donde las matrices A e I son las siguientes: $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(1) Monedas caja A : x
Monedas caja B : y
Monedas caja C : z

$$\begin{cases} x + y + z = 36 \\ x = y + z + 2 \\ x + 1 = 2(y-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 36 \\ x - y - z = 2 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 1 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ f_2 - f_1 \\ f_3 - f_1 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 0 & -2 & -2 & -34 \\ 0 & -3 & -1 & -39 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ -2f_3 + 3f_2 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 0 & -2 & -2 & -34 \\ 0 & 0 & -4 & -24 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 36 \\ -2y - 2z = -34 \\ -4z = -24 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} z = 6 \\ y = 11 \\ x = 19 \end{array}$$

La caja A tiene 19 monedas, la B 11 monedas y la caja C 6 monedas.

(2) 1er número : x
2º número : y
3er número : z

$$\begin{cases} x = 2y + \frac{z}{2} \\ y + z = x + 1 \\ y - (x + z) = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 4y - z = 0 \\ -x + y + z = 1 \\ -x + y - z = 5 \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 2 & -4 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ 2f_2 + f_1 \\ 2f_3 + f_1 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -3 & 10 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ f_3 - f_2 \end{array} \begin{pmatrix} 2 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x - 4y - z = 0 \\ -2y + z = 2 \\ -4z = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} z = -2 \\ y = -2 \\ x = -5 \end{array}$$

3) a) $AB-C=\begin{pmatrix}1&2\\2&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&1&1\\2&-1&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&2&1\\1&-1&1\end{pmatrix}=$

$$=\begin{pmatrix}7&-1&3\\8&1&3\\2&-1&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&1&0\\-1&2&1\\1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&-2&3\\9&-1&2\\1&0&0\end{pmatrix}$$

b) $ABX-CX=2C \Rightarrow (AB-C)X=2C$

Llamando $T=AB-C \Rightarrow TX=2C \Rightarrow \underline{X=T^{-1}\cdot 2C}$

c) Hagamos la inversa de $T=AB-C$ (calculada en el apartado A)

$$|T|=(0+0-4)-(-3+0-0)=-4+3=\underline{-1}$$

$$T^{d}=\begin{pmatrix}0&2&1\\0&-3&-2\\-1&15&12\end{pmatrix};\quad T^{-1}=\frac{1}{-1}\begin{pmatrix}0&0&-1\\2&-3&15\\1&-2&12\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow T^{-1}=\begin{pmatrix}0&0&1\\-2&3&-15\\-1&2&-12\end{pmatrix};\quad X=\begin{pmatrix}0&0&1\\-2&3&-15\\-1&2&-12\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&2&0\\-2&4&2\\2&-2&2\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\underline{X=\begin{pmatrix}2&-2&2\\-40&38&-24\\-30&30&-20\end{pmatrix}}$$

4) $AX-3I=X \Rightarrow AX+X=3I \Rightarrow (A+I)X=3I$

Llamemos $T=A+I \Rightarrow TX=3I \Rightarrow \underline{X=T^{-1}\cdot 3I}$

$$T=A+I=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0&1\\1&2&0\\1&0&1\end{pmatrix}$$

$$|T|=(4+0+0)-(2+0+0)=\underline{2}$$

$$T^{d}=\begin{pmatrix}2&-1&-2\\0&1&0\\-2&1&4\end{pmatrix}\Rightarrow T^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&-1\\-1/2&1/2&1/2\\-1&0&2\end{pmatrix}$$

Por tanto:

$$X=\begin{pmatrix}1&0&-1\\-1/2&1/2&1/2\\-1&0&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0&-3\\-3/2&3/2&3/2\\-3&0&6\end{pmatrix}$$