

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Hallar la derivada de las siguientes funciones y simplifica el resultado en la medida de lo posible.
[2 puntos: 1 punto por apartado. Téngase en cuenta que hacer la derivada supone 0,5 puntos y simplificar otros 0,5. Si no se deriva correctamente el apartado no puntuará nada.]

a) $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$

b) $y = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

2. Dada la función $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ calcular:

- a) Dominio y puntos de corte con los ejes. **[0,5 puntos: 0,2 puntos el dominio; 0,3 puntos los puntos de corte con los ejes]**
- b) Asíntotas, tanto verticales como horizontales. Si tiene asíntotas verticales hallar la tendencia por la izquierda y por la derecha de las mismas. **[0,5 puntos: 0,3 puntos las verticales y tendencias; 0,2 puntos las horizontales]**
- c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. **[1 punto]**
- d) Puntos donde la gráfica de la función alcanza un máximo o un mínimo relativo. Recuerda que es obligatorio dar, de cada punto, su coordenada x y su coordenada y . **[1 punto]**
- e) Representación gráfica de la función. **[0,5 puntos]**
3. La tabla siguiente muestra el consumo de gasolina en litros por cada 100 km (Y), y el tiempo, en segundos (X), que emplean en pasar de 0 a 100 km/h varios modelos de coche en una factoría automovilística:

Tiempo (X)	7,1	7,9	7,5	7,6	8,0	7,5	7,0	7,1	7,8	8,1
Consumo (Y)	13,3	12,4	10,2	10,3	9,1	11,1	14,0	13,5	10,0	9,0

- a) Hallar la media del consumo de gasolina y la media del tiempo empleado en pasar de 0 a 100 km/h. **[0,5 puntos]**
- b) Hallar la desviación típica del consumo de gasolina y la desviación típica del tiempo empleado en pasar de 0 a 100 km/h. **[1 punto]**
- c) Hallar la covarianza entre el consumo de gasolina y el tiempo empleado en pasar de 0 a 100 km/h. **[1 punto]**
- d) Hallar la recta de regresión del tiempo empleado en pasar de 0 a 100 km/h sobre el consumo de gasolina, así como la recta de regresión entre el consumo de gasolina y el tiempo empleado en pasar de 0 a 100 km/h. **[1 punto]**
- e) Hallar el coeficiente de correlación lineal de Pearson e interpretarlo. ¿Qué consumo se puede prever para un automóvil que tarda 9 segundos en pasar de 0 a 100? **[1 punto]**

$$\textcircled{1} \text{ a) } y = \frac{2}{\sqrt{x}} \Rightarrow y' = 2 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{x^2}}\right) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{-1}{x\sqrt{x}} = \frac{-\sqrt{x}}{x^2}$$

$$\text{b) } y = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \ln(1-x) - \ln(1+x) \Rightarrow$$

$$y' = \frac{-1}{1-x} - \frac{1}{1+x} = \frac{-1-x - (1-x)}{(1-x)(1+x)} = \frac{-2}{1-x^2} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{1\}$$

* Corte eje X: $y=0 \Rightarrow x^2-x+1=0$
 \Rightarrow no tiene soluciones \Rightarrow la función no corta al eje X.

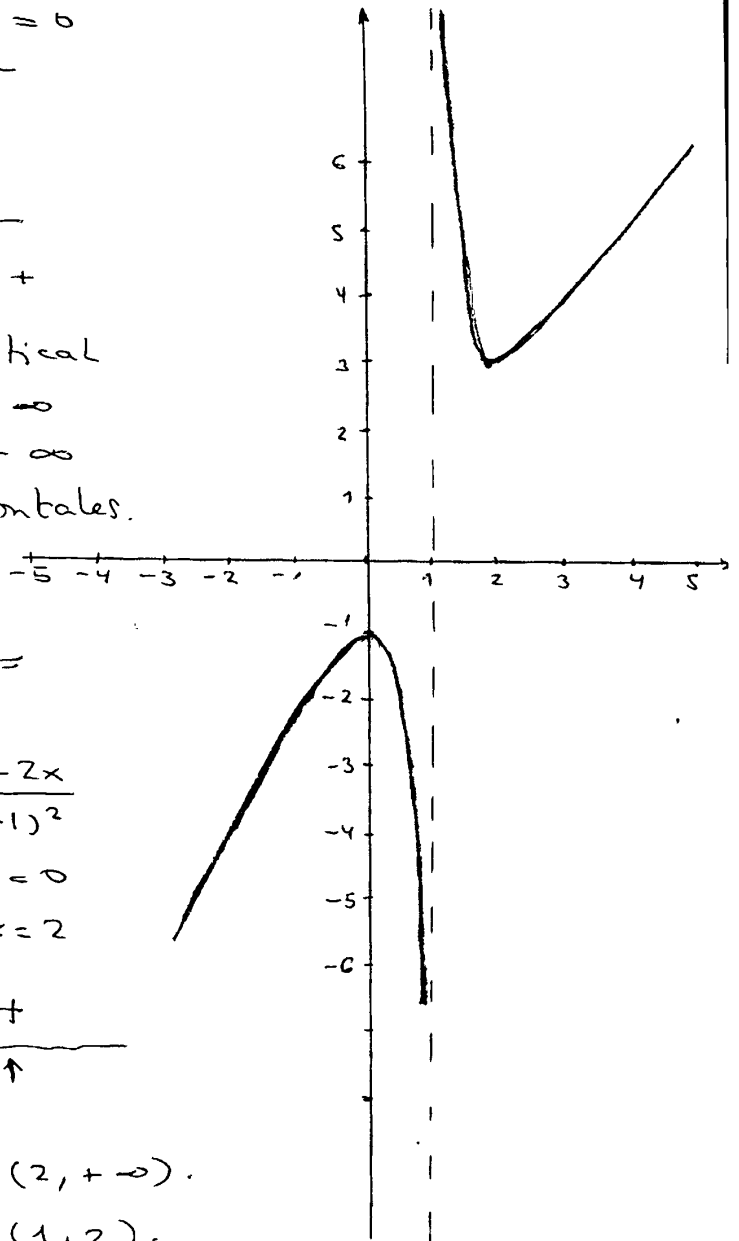
* Corte eje Y: $(0, -1)$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x+1}{x-1} = \begin{cases} -\infty & \text{si } x \rightarrow 1^- \\ +\infty & \text{si } x \rightarrow 1^+ \end{cases}$$

$\Rightarrow x=1$ es una asíntota vertical

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-x+1}{x-1} = \begin{cases} +\infty & \text{si } x \rightarrow +\infty \\ -\infty & \text{si } x \rightarrow -\infty \end{cases}$$

$\Rightarrow x$ no tiene asíntotas horizontales.

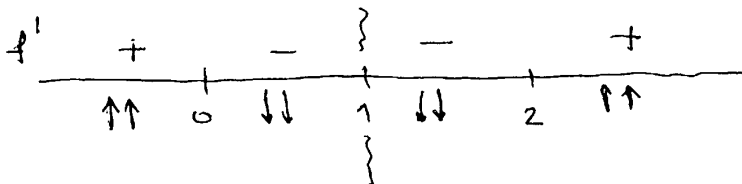


c) y d)

$$f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2-x+1) \cdot 1}{(x-1)^2} =$$

$$= \frac{2x^2-2x-x+1-x^2+x-1}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$



* f es creciente en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

* f es decreciente en $(0, 1) \cup (1, 2)$.

* f tiene un máximo en $x=0$: $(0, -1)$

* f tiene un mínimo en $x=2$: $(2, 3)$

③

x_i	y_j	x_i^2	y_j^2	$x_i y_j$
7,1	13,3	50,41	176,89	94,43
7,9	12,4	62,41	153,76	97,96
7,5	10,2	56,25	104,04	76,5
7,6	10,3	57,76	106,09	78,28
8,0	9,1	64	82,81	72,8
7,5	11,1	56,25	123,21	83,25
7,0	14,0	49	196	98
7,1	13,5	50,41	182,25	95,85
7,8	10,0	60,84	100	78
8,1	9,0	65,61	81	72,9
75,6	112,9	572,94	1306,05	847,97

$$a) \bar{x} = \frac{75,6}{10} = \underline{\underline{7,56}}$$

$$\bar{y} = \frac{112,9}{10} = \underline{\underline{11,29}}$$

$$b) \text{Var}(x) = \frac{572,94}{10} - 7,56^2 =$$

$$= 0,1404 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\sigma_x = 0,37}}$$

$$\text{Var}(y) = \frac{1306,05}{10} - 11,29^2 =$$

$$= 3,1409 \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{\sigma_y = 1,77}}$$

$$c) \sigma_{xy} = \frac{847,97}{10} - 7,56 \cdot 11,29 = 84,797 - 85,3524 = \underline{\underline{-0,5554}}$$

$$d) r_{x/y} \equiv x - \bar{x} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_y^2} (y - \bar{y}); \quad x - 7,56 = \frac{-0,5554}{3,1409} (y - 11,29)$$

$$\Rightarrow x - 7,56 = -0,177 (y - 11,29) \Rightarrow \underline{\underline{x = -0,177y + 9,556}}$$

$$r_{y/x} \equiv y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x}); \quad y - 11,29 = \frac{-0,5554}{0,1404} (x - 7,56);$$

$$\Rightarrow y - 11,29 = -3,956 (x - 7,56); \quad \underline{\underline{y = -3,956x + 41,196}}$$

$$e) \rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{-0,5554}{0,37 \cdot 1,77} \Rightarrow \underline{\underline{\rho = -0,848 \cong 1}}$$

Existe mucha correlación entre ambas variables.
Las rectas de regresión darán predicciones bastante fiables.

$$y = -3,956 \cdot 9 + 41,196 = \underline{\underline{5,592 \text{ litros}}}$$