

Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

1. Halla la tasa de variación media de las siguientes funciones en los intervalos que se indican. Interpreta el resultado en cada caso: **(1 punto; 0,5 por apartado)**

a) $f(x) = -3x^2 + 2x - 6$, en el intervalo $[-2, 3]$.

b) $g(x) = \frac{x^2}{x-1}$, en el intervalo $[-1, 5]$.

2. Halla, utilizando la definición, la derivada de las siguientes funciones en los puntos que se indican e interpreta el resultado. **(2 puntos; 1 por apartado)**

a) $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$, en el punto $x = -2$.

b) $g(x) = \frac{x}{x+1}$, en el punto $x = 1$.

3. Se realizó una encuesta a 40 personas de más de 70 años sobre el número de medicamentos distintos que tomaban habitualmente. El resultado de dicha encuesta fue el siguiente:

3	1	2	2	0	1	4	2	3	5
1	3	2	3	1	4	2	4	3	2
3	5	0	1	2	0	2	3	0	1
1	5	3	4	2	3	0	1	2	3

- a) Obtener, mediante variable discreta, la distribución de frecuencias absolutas, frecuencias absolutas acumuladas y frecuencias relativas de la muestra. Observando dicha distribución, ¿cuántas personas toman menos de 3 medicamentos?; ¿qué porcentaje de la población toma más de 3 medicamentos? **(1 punto)**
- b) Dibujar el diagrama de barras. **(0,5 puntos)**
- c) Calcular la media, la mediana y la moda de la distribución. **(1 punto)**
4. La siguiente tabla expresa la distribución de las puntuaciones obtenidas en un examen por un grupo de opositores (en el examen se puntúa de 0 a 100):

0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
7	8	13	6	7	6	6	5	6	2

- a) Dibujar el histograma y el polígono de frecuencias. **(1 punto)**
- b) Hallar la mediana. **(1 punto)**
- c) Hallar la moda. **(0,5 puntos)**
- d) Hallar la media. **(1 punto)**
- e) Hallar la varianza y la desviación típica. **(1 punto)**

$$\textcircled{1} \quad a) \text{TVM} [-2, 3] = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{-27 - (-22)}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

Como la tasa de variación media es negativa, quiere decir que, por término medio, la función decrece en el intervalo $[-2, 3]$

$$b) \text{TVM} [-1, 5] = \frac{g(5) - g(-1)}{5 - (-1)} = \frac{\frac{25}{4} - (-\frac{1}{2})}{6} = \frac{\frac{25}{4} + \frac{1}{2}}{6} = \frac{\frac{27}{4}}{6} = \frac{27}{24} = \frac{9}{8}$$

Como la tasa de variación media es positiva, quiere decir que, por término medio, la función crece en el intervalo $[-1, 5]$.

$$\textcircled{2} \quad a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 5 - (-3)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} = \left[\frac{0}{0} \right]$$

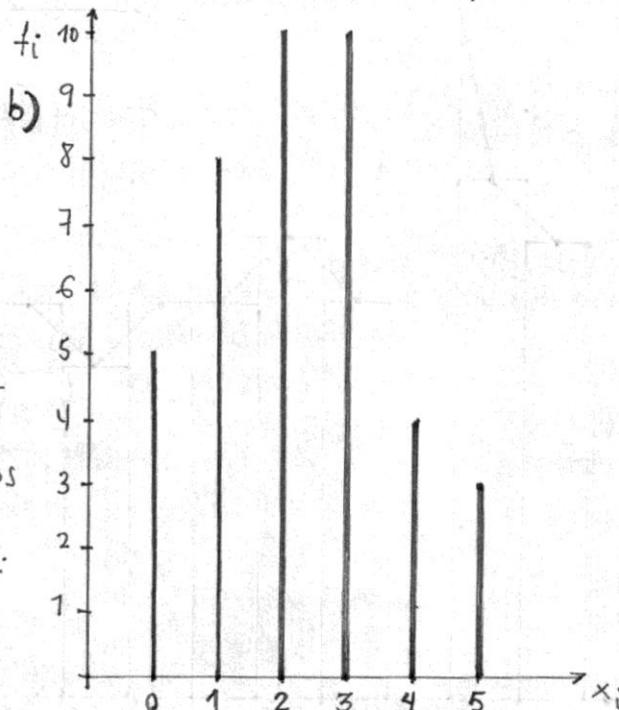
$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x-1)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} (2x-1) = \underline{\underline{-5}}$$

Entonces $f'(-2) = -5 \Rightarrow f$ es decreciente en el punto $x = -2$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x}{x+1} - \frac{1}{2}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{x-1}{2(x+1)}}{x-1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{2(x+1)} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

Entonces $f'(1) = \frac{1}{4} \Rightarrow f$ es creciente en el punto $x = 1$

$$\textcircled{3} \quad a) \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x_i & f_i & F_i & h_i & x_i f_i & f_i \\ \hline 0 & 5 & 5 & 0,25 & 0 & 5 \\ \hline 1 & 8 & 13 & 0,2 & 8 & 8 \\ \hline 2 & 10 & 23 & 0,25 & 20 & 10 \\ \hline 3 & 10 & 33 & 0,25 & 30 & 10 \\ \hline 4 & 4 & 37 & 0,1 & 16 & 4 \\ \hline 5 & 3 & 40 & 0,075 & 15 & 3 \\ \hline & 40 & & 1 & 89 & & \end{array}$$


* Toman menos de 3 medicamentos
23 personas

* Toman más de 3 medicamentos:
 $40 - 33 = 7$. En porcentaje:
 $\frac{7}{40} \cdot 100 = \underline{\underline{17,5\%}}$

c) Mediana: $\frac{N}{2} = 20$ 20 se encuentra entre los valores de F_i 13 y 23; por tanto $Me = 2$

Moda: $Mo = 2$ y $Mo = 3$ (los dos valores que más veces se repiten)

Media: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{N} = \frac{89}{40} = \underline{\underline{2'225}}$

④

	f_i	x_i	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$	F_i
0-10	7	5	35	175	7
10-20	8	15	120	1800	15
20-30	13	25	325	8125	28 $\frac{N}{2}$
30-40	6	35	210	7350	34
40-50	7	45	315	14175	41
50-60	6	55	330	18150	47
60-70	6	65	390	25350	53
70-80	5	75	375	28125	58
80-90	6	85	510	43350	64
90-100	2	95	190	18050	66
	66		2800	164650	

b) $Me = e_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{F_i - F_{i-1}} \cdot a_i =$
 $= 30 + \frac{33 - 28}{34 - 28} \cdot 10 \cong \underline{\underline{38'33}}$

c) $Mo = e_{i-1} + \frac{f_i - f_{i-1}}{(f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})} a_i =$
 $= 20 + \frac{13 - 8}{(13 - 8) + (13 - 6)} \cdot 10 =$
 $= 20 + \frac{5}{12} \cdot 10 \cong \underline{\underline{24'17}}$

d) $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{N} = \frac{2800}{66} \cong \underline{\underline{42'42}}$

