# Examen de Matemáticas Ciencias Sociales I – 1º de Bachillerato

**1.** Dada la siguiente función definida por trozos: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{-2}{x} & \text{si} \quad x<-1 \\ -x+1 & \text{si} \quad -1\le x<2 \\ x^2-4x & \text{si} \quad x\ge 2 \end{cases}$

**a)** Estudia su continuidad. **(1,5 puntos)**

**b)** Represéntala gráficamente **(1 punto)**

**2.** Dada la función $f(x)=\begin{cases} x^2+4x+3 & \text{si} \quad x<-2 \\ -x-2 & \text{si} \quad -2\le x<1 \\ \dfrac{kx-7}{x+1} & \text{si} \quad x\ge 1 \end{cases}$

**a)** Estudiar la continuidad de *f* en el punto $x=-2$. **(0,5 puntos)**

**b)** Hallar el valor de *k* para que *f* sea continua en $x=1$. **(1 punto)**

**c)** Para el valor de *k* hallado en el apartado anterior, representa gráficamente la función *f*. **(1 punto)**

**3.** Dada la función $f(x)=x^3-6x^2+9x-5$:

**a)** Hallar, <u>utilizando la definición</u>, la derivada de la función en el punto $x=1$. **(1 punto)**

**b)** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto $x=1$. **(1 punto)**

**c)** Halla el ángulo que forma dicha recta tangente con el eje *X*. **(0,5 puntos)**

**4.** Calcula las derivadas de las siguientes funciones:

**a)** $y=\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{x}}$ **(0,5 puntos)**

**b)** $y=(5x^3-3x^2+2x-6)^7$ **(0,5 puntos)**

**c)** $y=(4x^3-2x^2-x+1)(2x^3-1)$ **(0,5 puntos)**

**d)** $y=\sqrt{x^2-4x+2}$ **(0,5 puntos)**

**e)** $y=\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ **(0,5 puntos)**

① a) $f$ es continua en todo $\mathbb{R}$ salvo, a lo sumo, en $x=-1$ y $x=2$. Veamos qué ocurre en estos puntos.

* $x=-1$

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^-} \frac{-2}{x} = 2$

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -1^+} (-x+1) = 2$

$f(-1) = 2$.

Por tanto $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = 2 = f(-1) \Rightarrow$ $f$ es continua en $x=-1$

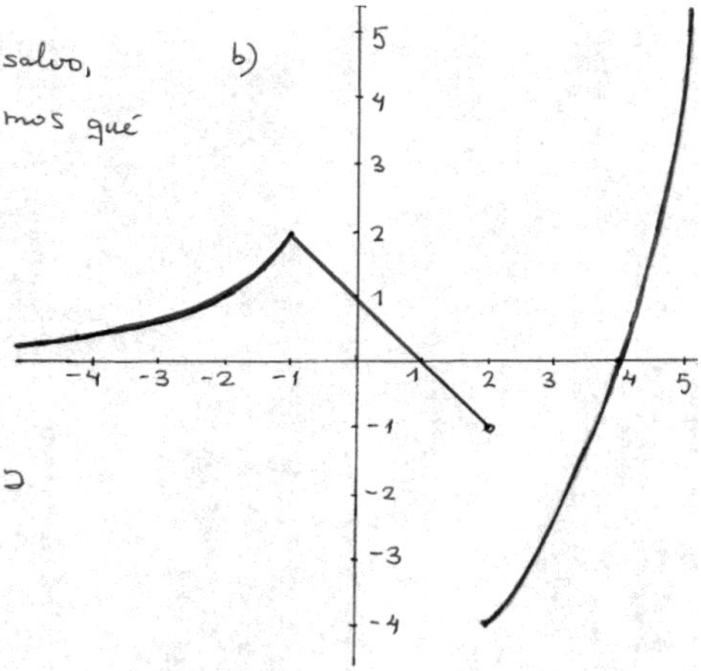
* $x=2$

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} (-x+1) = -1$

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} (x^2-4x) = -4$

Como $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$, $f$ no es continua en $x=2$. Hay una discontinuidad de salto finito de longitud 3.

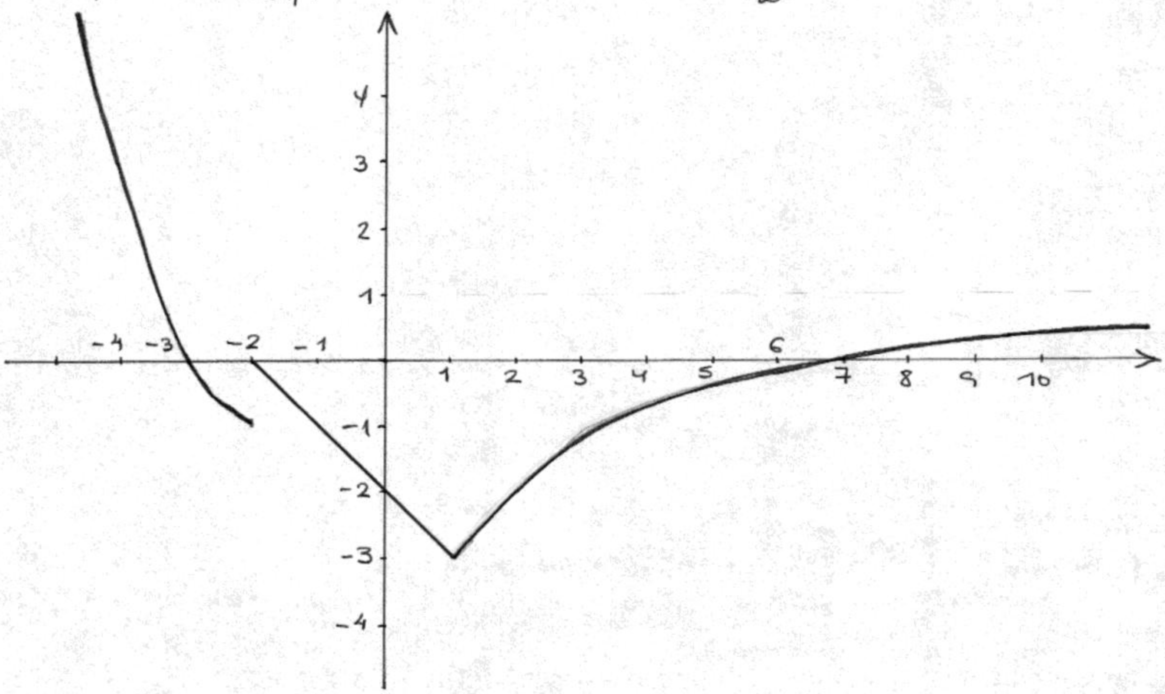
b)



② a) $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -2^-} (x^2+4x+3) = -1 \\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -2^+} (-x-2) = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{x\to -2^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to -2^+} f(x) \Rightarrow$

$f$ no es continua en $x=-2$. Hay una discontinuidad de salto finito de longitud 1.

b) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1) \Rightarrow -3 = \frac{k-7}{2} \Rightarrow -6 = k-7 \Rightarrow \underline{\underline{k=1}}$



③

a) $f'(1)=\lim_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\dfrac{x^3-6x^2+9x-5-(-1)}{x-1}=$

$=\lim_{x\to 1}\dfrac{x^3-6x^2+9x-4}{x-1}=\lim_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x^2-5x+4)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x^2-5x+4)=\underline{\underline{0}}$

b) $y-f(1)=f'(1)(x-1)\Rightarrow y-(-1)=0\cdot(x-1)\Rightarrow$

$\Rightarrow y+1=0\Rightarrow \underline{\underline{y=-1}}$ (función constante: recta paralela al eje X que pasa por el punto $(0,-1)$).

c) $tg\,\alpha=0\Rightarrow\alpha=0^\circ$.

④ a) $y=\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{x}}=\dfrac{x^2}{x^{1/3}}=x^{2-1/3}=x^{5/3}$

$y'=\dfrac{5}{3}x^{5/3-1}=\dfrac{5}{3}x^{2/3}=\underline{\underline{\dfrac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}}}$

b) $y'=7(5x^3-3x^2+2x-6)^6\cdot(15x^2-6x+2)=$

$=\underline{\underline{(105x^2-42x+14)\cdot(5x^3-3x^2+2x-6)^6}}$

c) $y'=(12x^2-4x-1)\cdot(2x^3-1)+(4x^3-2x^2-x+1)\cdot 6x^2=$

$=24x^5-12x^2-8x^4+4x-2x^3+1+24x^5-12x^4-6x^3+6x^2=$

$=\underline{\underline{48x^5-20x^4-8x^3-6x^2+4x+1}}$

d) $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-4x+2}}\cdot(2x-4)=\dfrac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x+2}}=\dfrac{2(x-2)}{2\sqrt{x^2-4x+2}}=\underline{\underline{\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+2}}}}$

e) $y'=\dfrac{2\sqrt{x^2-1}-(2x-1)\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-1}}\cdot 2x}{(\sqrt{x^2-1})^2}=\dfrac{2\sqrt{x^2-1}-\dfrac{2x^2-x}{\sqrt{x^2-1}}}{x^2-1}=$

$=\dfrac{\dfrac{2(x^2-1)-2x^2+x}{\sqrt{x^2-1}}}{x^2-1}=\dfrac{2x^2-2-2x^2+x}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}}=\underline{\underline{\dfrac{x-2}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}}}}$