

Tema 1. Números reales

Números reales. La recta real	Naturales: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \mathbf{K}\}$
	Enteros: $\mathbb{C} = \{\mathbf{K} - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \mathbf{K}\}$
	Racionales: $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} / m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{C} \right\}$
	Irracionales: \mathbb{I} , infinitas cifras decimales no periódicas ($\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{7}, \pi, \mathbf{K}$)
	Reales: $\mathbb{R} ; \mathbb{N} \subset \mathbb{C} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Propiedad: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Valor absoluto	Definición	$ a = a$ si $a \geq 0$; $ a = -a$ si $a < 0$
	Propiedades	$ a \geq 0, a \leq a \forall a \in \mathbb{R}; a = 0 \Leftrightarrow a = 0, a = -a $
		$ ab = a b , \forall a, b \in \mathbb{R}; \left \frac{a}{b} \right = \frac{ a }{ b }, \forall a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$
		Si $a, b \in \mathbb{R}$, entonces $ a \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b$
		$ a+b \leq a + b , \forall a, b \in \mathbb{R}$ (desigualdad triangular).

Intervalos y semirrectas	Intervalos	Abierto	$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\}$
		Cerrado	$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\}$
		Semiabierto	$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\}$
			$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$
	Semirrectas	$(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} / x < a\}$	
		$(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\}$	
		$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > a\}$	
		$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x \geq a\}$	

Igualdades notables	Cuadrado de una suma	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
	Cuadrado de una diferencia	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
	Suma por diferencia	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
	Cubo de una suma	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
	Cubo de una diferencia	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
Signo de las potencias de base un número negativo	Si $a > 0$, entonces $-a < 0$. En este caso: $(-a)^n = \begin{cases} a^n & \text{si } n \text{ par} \\ -a^n & \text{si } n \text{ impar} \end{cases}$	

Potencias	Definición	$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(n \text{ veces})}$
	Propiedades	$a^0 = 1, a^1 = a, a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$
		Producto de potencias de la misma base: $a^n a^m = a^{n+m}$
		Cociente de potencias de la misma base: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
		Potencia de un producto: $(ab)^n = a^n b^n$
		Potencia de un cociente: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
Potencia de una potencia: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$		

Radicales	Definición	$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a = b^n; \forall a, b \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}, n \neq 1$						
	Forma exponencial	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}; \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$						
	Propiedades	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$	<table border="1"> <tr> <th colspan="2">Racionalización</th> </tr> <tr> <td>$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{2}{\sqrt[5]{8}} = \frac{2}{\sqrt[5]{2^3}} = \frac{2\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^3}\sqrt[5]{2^2}} = \frac{2\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{2\sqrt[5]{4}}{2} = \sqrt[5]{4}$</td> </tr> <tr> <td>$\frac{k}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{k(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{k(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$</td> </tr> </table>	Racionalización		$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$	$\frac{2}{\sqrt[5]{8}} = \frac{2}{\sqrt[5]{2^3}} = \frac{2\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^3}\sqrt[5]{2^2}} = \frac{2\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{2\sqrt[5]{4}}{2} = \sqrt[5]{4}$	$\frac{k}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{k(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{k(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$
		Racionalización						
		$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{b^2}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$						
		$\frac{2}{\sqrt[5]{8}} = \frac{2}{\sqrt[5]{2^3}} = \frac{2\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^3}\sqrt[5]{2^2}} = \frac{2\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{2\sqrt[5]{4}}{2} = \sqrt[5]{4}$						
$\frac{k}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{k(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{k(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$								
$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$								
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$								
$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$								
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a^m}} = \sqrt[n]{a}$								