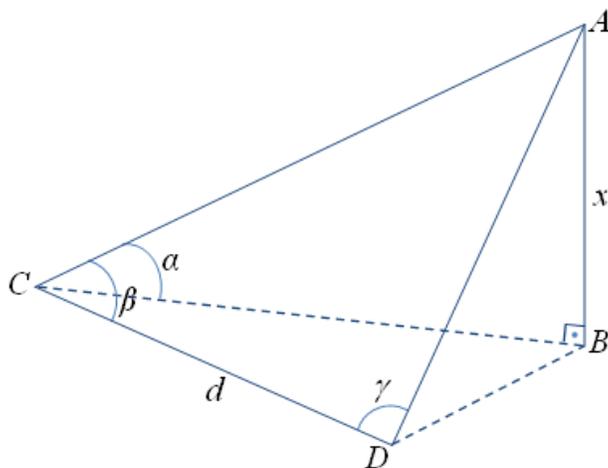


Usos de la trigonometría. Cálculo de alturas y distancias (VI)
Altura de un punto de pie inaccesible desde un terreno horizontal con
obstáculos

Deseamos calcular la altura $\overline{AB} = x$ de un punto de pie inaccesible desde un terreno horizontal con obstáculos, tal y como se muestra en la figura (piénsese que la figura está dibujada en perspectiva).



Tomemos una base auxiliar $\overline{CD} = d$. Desde C medimos el ángulo de elevación de A, que llamaremos α , el ángulo \widehat{ACD} , al que llamaremos β y, finalmente, desde D mediremos también el ángulo \widehat{ADC} , al que llamaremos γ .

El método a seguir consiste en calcular \overline{AC} en el triángulo ACD y luego calcular x en el triángulo rectángulo ABC . Aplicando el teorema de los senos en el triángulo ACD :

$$\frac{\overline{AC}}{\text{sen } \gamma} = \frac{d}{\text{sen } \widehat{CAD}} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{d \cdot \text{sen } \gamma}{\text{sen } (180^\circ - \gamma - \beta)}$$

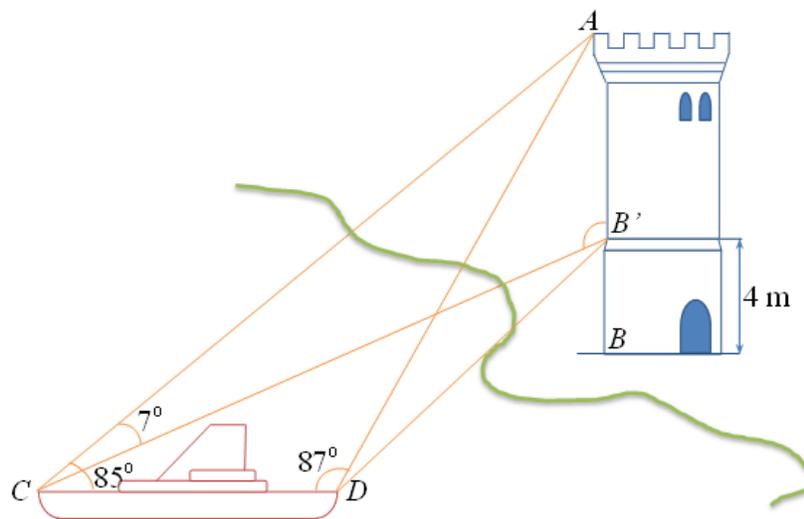
Finalmente, en el triángulo rectángulo ABC se tiene:

$$\text{sen } \alpha = \frac{x}{\overline{AC}} \Rightarrow x = \overline{AC} \cdot \text{sen } \alpha$$

Ejemplo.

Desde un barco fondeado frente a la costa se desea calcular la altura \overline{AB} de una torre. Para ello, desde la proa C , a 4 metros sobre el nivel del mar, se mide el ángulo de elevación de A : 7° , y $\widehat{ACD} = 85^\circ$. Asimismo, desde la popa D , también a 4 metros sobre el nivel del mar, se mide el ángulo $\widehat{ADC} = 87^\circ$ (ver figura). Si la distancia entre la proa y la popa es $\overline{CD} = 60$ metros, calcular la altura de la torre.

Solución.



Llamemos B' al punto de la torre situado al nivel de la cubierta del barco (4 metros sobre el nivel del mar) y que se toma como referencia para medir el ángulo de elevación de A : $\alpha = 7^\circ$. Llamaremos $x = \overline{AB'}$, con lo que la altura de la torre será $\overline{AB} = 4 + x$. Según el enunciado tenemos que $\beta = 85^\circ$, $\gamma = 87^\circ$ y $d = 60$ metros.

Tenemos pues, aplicando la fórmula vista anteriormente en el triángulo ACD , que:

$$\overline{AC} = \frac{d \cdot \sin(180^\circ - \gamma - \beta)}{\sin \gamma} = \frac{60 \cdot \sin 87^\circ}{\sin 8^\circ} \approx 430,53$$

Por tanto:

$$x = \overline{AC} \cdot \sin \alpha = \overline{AC} \cdot \sin 7^\circ \approx 52,47$$

Es decir, la altura de la torre es, aproximadamente, $\overline{AB} = 4 + x \approx 56,47$ metros.