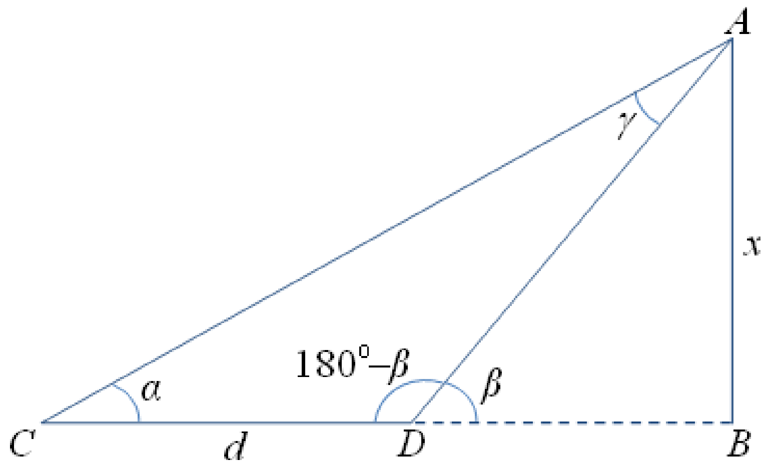
Usos de la trigonometría. Cálculo de alturas y distancias (IV)
Altura de un punto de pie inaccesible desde un terreno horizontal sin obstáculos

Deseamos calcular la altura $\overline{AB} = x$ de un punto de pie inaccesible, tal y como se muestra en la figura.



Para ello elegimos un punto C y medimos el ángulo de elevación de A, que lo llamaremos α. Avanzamos una distancia $\overline{CD} = d$ y desde D volvemos a medir el ángulo de elevación de A, que llamaremos β.
El método a seguir consiste en calcular $\overline{AC}$ en el triángulo ACD y luego calcular x en el triángulo ACB (o bien calcular $\overline{AD}$ en el triángulo ACD y a continuación x en el triángulo ADB). Obsérvese en primer lugar que conocidos α y β se puede calcular γ:

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + 180^\circ - \beta) = \beta - \alpha$$

Ahora aplicamos el teorema de los senos en el triángulo ACD:

$$\frac{\overline{AC}}{\text{sen}\,(180^\circ - \beta)} = \frac{d}{\text{sen}\ \gamma} \Rightarrow \overline{AC} = \frac{d \cdot \text{sen}\,(180^\circ - \beta)}{\text{sen}\ \gamma}$$

Finalmente, en el triángulo ACB se tiene:

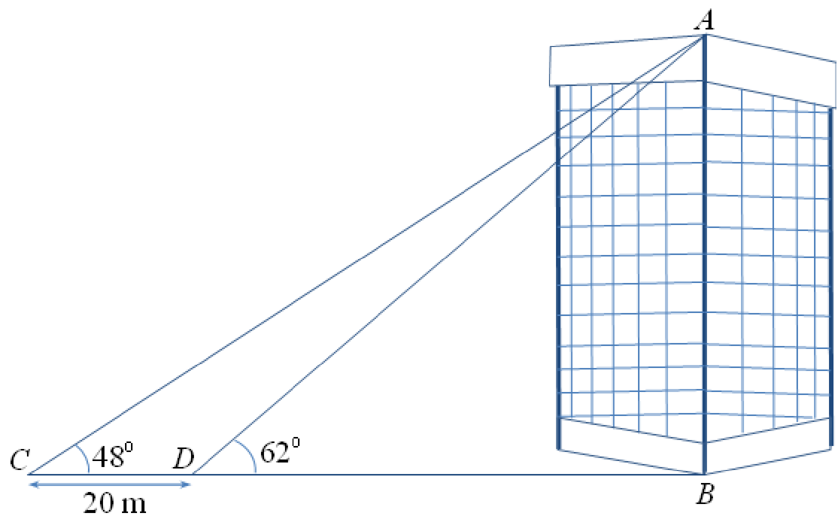
$$\text{sen}\ \alpha = \frac{x}{\overline{AC}} \Rightarrow x = \overline{AC} \cdot \text{sen}\ \alpha$$

De una manera análoga podemos calcular la distancia $\overline{CB}$ si nos interesa:

$$\cos\ \alpha = \frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} \Rightarrow \overline{CB} = \overline{AC} \cdot \cos\ \alpha$$

Ejemplo.
Desde un punto a ras de suelo se ve la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de $48°$. Avanzando 20 metros en dirección al edificio, el ángulo de elevación se incrementa en $14°$. Calcular la altura del edificio.

Solución.



Llamemos $x = \overline{AB}$ a la altura del edificio. En este caso tenemos que $\alpha = 48°$, $\beta = 62°$, $d = 20$ y $\gamma = \beta - \alpha = 62° - 48° = 14°$ Entonces, según se ha explicado anteriormente:

$$\overline{AC} = \frac{d \cdot \text{sen}\,(180° - \beta)}{\text{sen}\ \gamma} = \frac{20 \cdot \text{sen}\ 118°}{\text{sen}\ 14°} \approxeq 72{,}994$$

Por tanto:

$$x = \overline{AC} \cdot \text{sen}\ \alpha = \overline{AC} \cdot \text{sen}\ 48° \approxeq 54{,}245$$

Es decir, la altura del edificio es de, aproximadamente, $54,245$ metros.